Soluciones - Números enteros, potencias y raíces

Curso: 2 Eso

Solución del ejercicio 1

a. Un número negativo es menor cuanto más lejos está del cero. Orden: -4, es decir, Burgos, León, Granada, Madrid, Barcelona y Sevilla. En la recta, los negativos van a la izquierda del 0 y los positivos a la derecha.
b. La diferencia entre dos temperaturas es la mayor menos la menor. Diferencia: $14-(-4)=14+4=18$ °C.
c. El valor absoluto es la distancia al cero, sin signo. Valor absoluto: $|-2|=2$, $|1|=1$ y $|3|=3$ (no es menor que 3). Son León y Granada.
d. Subir es sumar y bajar es restar: Burgos: $-4+7=3$ °C. Barcelona: $9-5=4$ °C.

Solución del ejercicio 2

a. Restar un número negativo es sumar su opuesto: $-8+5+3$; positivos: $5+3=8$; $-8+8=0$.
b. Cambiamos $-(-7)$ por $+7$: $12+7-9=19-9=10$.
c. $-(-6)=+6$ y $-(+10)=-10$: $+6-10-4=6-14=-8$.
d. Un número menos sí mismo da cero: $-15+15-1=0-1=-1$.
e. Agrupamos positivos y negativos por separado: $-3+8-2-7+10$; positivos: $8+10=18$; negativos: $-3-2-7=-12$; resultado: $18-12=6$.

Al quitar paréntesis: signos iguales dan $+$ y signos distintos dan $-$.

Solución del ejercicio 3

a. Un factor negativo y otro positivo: Distinto signo: -24.
b. Los dos factores son negativos: Igual signo: 35.
c. Dividendo positivo y divisor negativo: Distinto signo: -6.
d. Dividendo y divisor negativos: Igual signo: 4.
e. Multiplicamos de izquierda a derecha: $(-2)\cdot(-3)=6$ y $6\cdot(-4)=-24$ (con tres factores negativos el resultado es negativo).
f. Divisiones y productos se hacen de izquierda a derecha: $(-60):12=-5$ y $(-5)\cdot(-3)=15$.

Con un número par de factores negativos el resultado es positivo; con un número impar, negativo.

Solución del ejercicio 4

a. El producto va antes que la resta: $(-2)\cdot 3=-6$; $5-(-6)=5+6=11$.
b. La división va antes que la suma: $-20:(-5)=4$; $4+(-6)=-2$.
c. Calculamos primero los dos paréntesis: Paréntesis: $7-12=-5$ y $3-8=-5$; producto: $(-5)\cdot(-5)=25$.
d. Primero la potencia, después producto y cociente, al final la resta: $(-3)^2=9$; $4\cdot 9=36$; $10:(-2)=-5$; $36-(-5)=41$.
e. Se empieza por el paréntesis más interior: Dentro del corchete: $5-8=-3$ y $2-(-3)=5$. Cociente: $-15:5=-3$. Producto: $4\cdot(-2)=-8$. Suma: $-3+(-8)=-11$.

Solución del ejercicio 5

a. $(-2)^4=(-2)(-2)(-2)(-2)=16$ (exponente par). En cambio $-2^4=-(2\cdot 2\cdot 2\cdot 2)=-16$, porque el signo menos queda fuera de la potencia.
b. $(-3)^3=-27$ y $-3^3=-27$ (aquí coinciden porque el exponente es impar).
c. Exponente impar: $(-1)^{25}=-1$. Exponente par: $(-1)^{40}=1$.
d. $10^3=1\,000$; $10^0=1$; $10^{-2}=\dfrac{1}{10^2}=\dfrac{1}{100}=0{,}01$.
e. $\left(-\dfrac{1}{2}\right)^3=\dfrac{(-1)^3}{2^3}=-\dfrac{1}{8}$.

Solución del ejercicio 6

a. Producto de potencias de igual base: Misma base: se suman los exponentes, $2^{5+(-2)}=2^3=8$.
b. Cociente de potencias de igual base: Misma base: se restan los exponentes, $3^{6-4}=3^2=9$.
c. Potencia de una potencia: Potencia de una potencia: se multiplican los exponentes, $5^{2\cdot 2}=5^4=625$.
d. Exponentes opuestos se anulan: $7^{3-3}=7^0=1$.
e. Primero el numerador y luego el cociente: Numerador: $2^{3+6}=2^9$. Cociente: $2^{9-4}=2^5=32$.
f. Misma base negativa: sumamos exponentes: $(-3)^{2+3}=(-3)^5=-243$.

Estas propiedades solo valen cuando las bases son iguales.

Solución del ejercicio 7

a. De -3 a 2: $2-(-3)=2+3=5$ plantas.
b. De 2 a -1: $-1-2=-3$, es decir, baja 3 plantas.

c. Desplazamiento total: $+5 + (-3) + (+5) = 7$. Es lo mismo que $4 - (-3) = 7$ (posición final menos posición inicial).
d. Plantas recorridas: $5 + 3 + 5 = 13$. Hay que sumar los valores absolutos de cada tramo, por eso no coincide con el desplazamiento neto (7).

Solución del ejercicio 8

a. Restamos las dos altitudes: $3\,718 - 3\,479 = 239$ m.
b. Restar una altitud negativa es sumar su valor absoluto: $3\,718 - (-35) = 3\,718 + 35 = 3\,753$ m.
c. Restamos la profundidad mayor a la menor: $-12 - (-35) = -12 + 35 = 23$ m.
d. Subir suma y bajar resta: Sube 20 m: $-35 + 20 = -15$ m. Después baja 8 m: $-15 - 8 = -23$ m.

Las altitudes bajo el nivel del mar se representan con números negativos.

Solución del ejercicio 9

a. Septiembre: $-60 + 480 = 420$ €. Octubre: $420 - 135 = 285$ €. Noviembre: $285 - 210 = 75$ €. Diciembre: $75 + 325 = 400$ €. Enero: $400 - 95 = 305$ €.
b. El saldo más bajo fue el inicial (-60 €) y el más alto, el de diciembre (400 €).
c. $305 - 300 = 5$ €. Le sobran 5 €: cumple el objetivo por muy poco.

Solución del ejercicio 10

a. Buscamos el número que elevado al cuadrado da cada valor: $\sqrt{49} = 7$, $\sqrt{121} = 11$ y $\sqrt{225} = 15$, porque $7^2 = 49$, $11^2 = 121$ y $15^2 = 225$.
b. El lado es la raíz cuadrada del número de baldosas: $\sqrt{169} = 13$ baldosas por lado.
c. Comparamos con los cuadrados perfectos vecinos: No: $14^2 = 196$, así que 200 no es cuadrado perfecto.
d. Restamos del siguiente cuadrado perfecto: El siguiente cuadrado perfecto es 225: $225 - 200 = 25$ baldosas.

Respuesta: con 200 baldosas no hay cuadrado; faltan 25 para uno de 15 por 15.

Solución del ejercicio 11

a. $150\,000\,000 = 1{,}5 \cdot 10^8$ km (la coma se desplaza 8 lugares).
b. $0{,}000\,001 = 10^{-6}$ kg (la coma se desplaza 6 lugares hacia la derecha).
c. $2 \cdot 10^{12} = 2\,000\,000\,000\,000$ bytes.
d. Producto: $3 \cdot 2 = 6$ y $10^{4+3} = 10^7$, luego $6 \cdot 10^7$. Cociente: $6 : 3 = 2$ y $10^{8-5} = 10^3$, luego $2 \cdot 10^3$.

Solución del ejercicio 12

a. Subida: $5 \cdot 4 = 20$ °C. Temperatura: $-18 + 20 = 2$ °C.
b. Debe bajar $2 - (-18) = 20$ °C. Cada media hora baja 3 °C: $20 : 3 \approx 6{,}67$, luego necesita 7 tramos de media hora, es decir, 3 horas y media.
c. $-18 + 5h = -6$ da $5h = 12$, $h = 2{,}4$ horas (2 h 24 min). Como el técnico llega a las 4 horas, sí se superó el límite durante $4 - 2{,}4 = 1{,}6$ horas.

Solución del ejercicio 13

a. Sumamos los cuatro resultados de cada jugador: Lucía: $8 - 5 + 3 - 10 = -4$. Pablo: $-6 + 9 - 3 + 12 = 12$. Ana: $4 + 4 - 12 + 5 = 1$. Iván: $-2 - 7 + 10 - 3 = -2$.
b. Comparamos los totales y restamos el menor al mayor: Va ganando Pablo (12) y pierde Lucía (-4). Diferencia: $12 - (-4) = 16$ puntos.
c. Aplicamos la regla de los signos: Lucía: $(-4) \cdot (-2) = 8$. Pablo: $12 : (-3) = -4$.

Comprobación: $-4 + 12 + 1 - 2 = 7$ puntos entre los cuatro tras la cuarta ronda.

Solución del ejercicio 14

a. Cada hora se multiplica por 2, así que a la hora n hay 2^n: La población a las n horas es 2^n: $2^1 = 2$, $2^2 = 4$, $2^3 = 8$, $2^4 = 16$, $2^5 = 32$.
b. Calculamos 2^{10}: $2^{10} = 1\,024$ bacterias.
c. Usamos el producto de potencias de igual base: $2^{12} = 2^{10} \cdot 2^2 = 1\,024 \cdot 4 = 4\,096$ bacterias.
d. Comparamos con potencias de 2 consecutivas: $2^9 = 512$ y $2^{10} = 1\,024 > 1\,000$: a partir de la hora 10.

Solución del ejercicio 15

a. Descenso por metro: $0{,}006$ °C. Refugio: $12 - 0{,}006 \cdot 900 = 6{,}6$ °C. Borreguiles: $12 - 0{,}006 \cdot 1\,400 = 3{,}6$ °C. Veleta: $12 - 0{,}006 \cdot 2\,196 = 12 - 13{,}176 \approx -1{,}2$ °C.
b. Hay que bajar 12 °C: $12 : 6 = 2$, es decir, 2 000 m más sobre el pueblo: $1\,200 + 2\,000 = 3\,200$ m.
c. Diferencia de altitud: $3\,396 - 1\,200 = 2\,196$ m. Descenso: $0{,}006 \cdot 2\,196 = 13{,}176$ °C. Temperatura: $-3 - 13{,}176 \approx -16{,}2$ °C.
d. El alumno ha restado 6 °C solo una vez. Hay que contar la diferencia de altitud respecto al pueblo (2 196 m) y partir de 12 °C: sale $-1{,}2$ °C, no -6 °C.

Solución del ejercicio 16

a. Fórmula: $3G + 1E - 1P$. Los Rápidos: $3 \cdot 6 + 1 \cdot 1 - 1 \cdot 3 = 16$. Las Águilas:

$3 \cdot 5 + 1 \cdot 3 - 1 \cdot 2 = 16$. Los Cóndores: $3 \cdot 4 + 1 \cdot 2 - 1 \cdot 4 = 10$. Los Búhos: $3 \cdot 2 + 1 \cdot 1 - 1 \cdot 7 = 0$.

b. Empatan en cabeza Rápidos y Águilas con 16 puntos. Le sacan $16 - 0 = 16$ puntos a los Búhos, que son los últimos.
c. Con una victoria los Cóndores tendrían como máximo $10 + 3 = 13$ puntos, menos que los 16 de los líderes. No pueden alcanzarlos.
d. Sí: dos victorias, ningún empate y ocho derrotas dan $3 \cdot 2 - 8 = -2$ puntos.

Solución del ejercicio 17

a. Grosor: $0{,}1 \cdot 2^n$ mm.
b. $2^{10} = 1\,024$, luego $0{,}1 \cdot 1\,024 = 102{,}4$ mm $= 10{,}24$ cm.
c. $2^{20} = 1\,048\,576$; $0{,}1 \cdot 1\,048\,576 = 104\,857{,}6$ mm $= 104{,}8576$ m (unos 105 m).
d. Con 21 dobleces: $209{,}7$ m; con 22 dobleces: $419{,}4$ m. Hacen falta 22. Con 30 dobleces: $0{,}1 \cdot 2^{30}$ mm $= 107\,374\,182{,}4$ mm, unos 107 km, mucho más que cualquier torre.

Solución del ejercicio 18

a. $2^4 \cdot 2^5 = 2^{4+5} = 2^9 = 512$ asientos por tribuna.
b. $4 \cdot 512 = 2\,048$ asientos (también $2^2 \cdot 2^9 = 2^{11} = 2\,048$).
c. Día n: $3 \cdot 2^{n-1}$. Primeros 6 días: $3 + 6 + 12 + 24 + 48 + 96 = 189$ entradas (también $3 \cdot (2^6 - 1) = 189$).
d. El total hasta el día n es $3 \cdot (2^n - 1)$. Hasta el día 8: $3 \cdot 255 = 765$. Hasta el día 9: $3 \cdot 511 = 1\,533$. Es cierto desde el día 9.

Solución del ejercicio 19

a. El número de azulejos por lado es la raíz cuadrada del total: $\sqrt{169} = 13$ azulejos por lado.
b. Multiplicamos los azulejos de un lado por 15 cm: $13 \cdot 15 = 195$ cm $= 1{,}95$ m.
c. Multiplicamos los azulejos por el precio: $169 \cdot 2{,}50 = 422{,}50$ €.
d. Sumamos los cuatro lados y multiplicamos por el precio del metro: Perímetro: $4 \cdot 1{,}95 = 7{,}8$ m. Cenefa: $7{,}8 \cdot 1{,}80 = 14{,}04$ €.
e. El siguiente cuadrado perfecto es 14^2: El siguiente cuadrado perfecto es $14^2 = 196$. Faltan $196 - 169 = 27$ azulejos, que cuestan $27 \cdot 2{,}50 = 67{,}50$ €.

Solución del ejercicio 20

a. Unidades: 7, 9, 3, 1, 7, 9, 3, 1. El patrón se repite cada 4 potencias (7, 9, 3, 1).
b. $2026 : 4$ da cociente 506 y resto 2. Por tanto, la cifra de las unidades coincide con

la de 7^2: es el 9.

c. $(-2)^6 = 64 = 2^6$ y $4^2 = 2^4$. Entonces $\dfrac{2^6 \cdot 2^4}{2^8} = 2^{6+4-8} = 2^2 = 4$.

d. Las cifras de las unidades de los cuadrados son 0, 1, 4, 9, 6, 5, 6, 9, 4, 1. Nunca aparece el 7, así que ningún cuadrado perfecto termina en 7.