Ejercicios - Movimientos en el plano

Curso: 2 Eso · 20

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

Ejercicio 1

Ejercicio 1 – Trasladar un triángulo

Un triángulo tiene vértices $A(2,3)$, $B(-1,4)$ y $C(0,-2)$. Se traslada con el vector $\vec{v}=(3,-2)$.

a. Calcula las coordenadas de A', B' y C'.
b. Escribe el vector que devuelve el triángulo a su posición inicial.
c. Calcula la longitud del vector $\vec{v}$.
d. ¿Cambian el perímetro y el área del triángulo con la traslación? Razona.

Ejercicio 2

Ejercicio 2 – Hallar el vector

Una traslación lleva el punto $A(1,2)$ al punto $A'(6,-1)$.

a. Calcula el vector de la traslación.
b. ¿A qué punto lleva $B(-2,4)$?
c. ¿Qué punto se traslada al $(0,0)$?
d. Calcula la distancia entre A y A'.

Ejercicio 3

Ejercicio 3 – Simetrías respecto a los ejes

Las coordenadas de un punto simétrico respecto al eje X son $(x,-y)$ y respecto al eje Y son $(-x,y)$.

a. Calcula los simétricos de $P(3,4)$ respecto a cada eje.
b. Calcula los simétricos de $Q(-2,-5)$ respecto a cada eje.
c. Calcula el simétrico de $R(4,1)$ respecto de la recta $x=1$.
d. ¿Qué punto es su propio simétrico respecto al eje X?

Ejercicio 4

Ejercicio 4 – Simetría central

La simetría central de centro M lleva el punto P al punto P' tal que M es el punto medio de PP'. Respecto al origen, $(x,y)\to(-x,-y)$.

a. Simétrico de $A(2,5)$ respecto al origen.
b. Simétrico de $B(-3,1)$ respecto al origen.
c. Simétrico de $P(4,3)$ respecto al punto $M(1,1)$.
d. Comprueba que M es el punto medio de PP'.

Ejercicio 5

Ejercicio 5 – Girar alrededor del origen

Un giro de 90° en sentido contrario a las agujas del reloj con centro el origen transforma (x,y) en $(-y,x)$. Uno de 180° transforma (x,y) en $(-x,-y)$.

a. Gira 90° el punto $A(2,1)$.
b. Gira 90° el punto $B(-3,2)$.
c. Gira 180° el punto $A(2,1)$.
d. Gira 90° en sentido horario $(x,y) \to (y,-x)$ el punto $C(4,-1)$.

Ejercicio 6

Ejercicio 6 – Ejes de simetría

Cuenta los ejes de simetría de cada figura y razona.

a. Triángulo equilátero.
b. Cuadrado.
c. Rectángulo no cuadrado.
d. Rombo no cuadrado.
e. Pentágono regular.
f. Circunferencia.

Ejercicio 7

Ejercicio 7 – Simetría central y giros

Una figura tiene simetría central si coincide consigo misma tras un giro de 180° alrededor de un punto. El orden de giro es el número de veces que coincide consigo misma en una vuelta completa.

a. ¿Tiene simetría central un paralelogramo? ¿Y un trapecio isósceles?
b. ¿Tiene simetría central un hexágono regular? ¿Y un triángulo equilátero?
c. Calcula el ángulo mínimo de giro de un cuadrado y de un hexágono regular.
d. ¿Cuál es el orden de giro de un octógono regular y cuál es su ángulo mínimo?

Ejercicio 8

Ejercicio 8 – ¿Qué movimiento es?

Indica si el paso de la figura F a la figura F$'$ es una traslación, un giro o una simetría

axial, y justifica.

a. F′ es F desplazada 5 cuadros a la derecha, con la misma orientación.
b. F′ es F vista en un espejo vertical: la izquierda de F es la derecha de F′.
c. F′ es F girada como las agujas del reloj alrededor de un vértice, un cuarto de vuelta.
d. F′ es F con la parte de arriba hacia abajo y la derecha hacia la izquierda, respecto a un punto central.

Ejercicio 9

Ejercicio 9 – Los movimientos conservan las medidas

El triángulo ABC tiene vértices $A(1,1)$, $B(4,1)$ y $C(1,3)$. Se traslada con $\vec{v} = (-2,3)$.

a. Calcula los vértices del triángulo trasladado.
b. Calcula la longitud de AB y de $A'B'$.
c. Calcula el área de ABC y la de $A'B'C'$.
d. Calcula la hipotenusa BC y verifica que $B'C'$ mide lo mismo.

Ejercicio 10

Ejercicio 10 – Componer movimientos

Se aplican dos movimientos seguidos al punto $P(3,1)$: una simetría respecto al eje Y y una traslación de vector $(2,0)$.

a. Calcula la imagen final aplicando primero la simetría y luego la traslación.
b. Calcula la imagen final aplicando primero la traslación y luego la simetría.
c. ¿Importa el orden?
d. Calcula la imagen de P tras dos simetrías consecutivas respecto al mismo eje Y.

Ejercicio 11

Ejercicio 11 – Mosaicos de la Alhambra

En los mosaicos de la Alhambra de Granada se cubre el plano con figuras que encajan sin dejar huecos. Para que un polígono regular teselle el plano, la suma de los ángulos que se juntan en cada vértice debe ser 360°.

a. El triángulo equilátero tiene ángulos de 60°. ¿Cuántos se juntan en cada vértice?
b. ¿Y con cuadrados (90°) y con hexágonos regulares (120°)?
c. El pentágono regular tiene ángulos de 108°. ¿Puede teselar el plano él solo? Razónalo.
d. Un octógono regular tiene ángulos de 135°. Comprueba que dos octógonos y un cuadrado encajan en un vértice.

Ejercicio 12

Ejercicio 12 – Rosetón de catedral

Un rosetón de una catedral gótica de Burgos tiene 8 pétalos iguales distribuidos alrededor de un centro.

a. ¿Cuántos grados hay entre dos pétalos consecutivos?
b. ¿Qué ángulos de giro dejan el rosetón igual?
c. ¿Tiene simetría central? ¿Cuántos ejes de simetría tiene si los pétalos son simétricos?
d. Si se gira 135°, ¿cuántos pétalos avanza cada uno?

Ejercicio 13

Ejercicio 13 – La imagen en el espejo

Una niña está a 2 m de un espejo plano vertical en la tienda de ropa. Una imagen en un espejo es la simétrica del objeto respecto al plano del espejo.

a. ¿A qué distancia del espejo está su imagen y detrás de él?
b. ¿Qué distancia hay entre la niña y su imagen?
c. Si se acerca 0,5 m al espejo, ¿cuál es la nueva distancia entre ella y su imagen?
d. En un plano con el espejo en $x = 5$ y la niña en $(3, 2)$, ¿cuál es la posición de la imagen?

Ejercicio 14

Ejercicio 14 – El plano de la ciudad

En el plano de una ciudad (en cuadrículas de 100 m) el metro está en $M(2, 3)$ y la biblioteca en $B(5, 1)$. El ayuntamiento publica una versión del plano desplazada con el vector $\vec{v} = (-2, 4)$.

a. Calcula las posiciones de metro y biblioteca en el nuevo plano.
b. Calcula la distancia real entre ambos lugares en el plano original, en cuadrículas y en metros.
c. Calcula la distancia entre ellos en el plano nuevo y compara.
d. ¿Qué propiedad de la traslación explica el resultado?

Ejercicio 15

Ejercicio 15 – Simetría en el parque

En el plano de un parque de Vitoria, con la fuente en el origen, hay dos bancos en $A(-4, 1)$ y $B(-2, 3)$. Se quieren colocar otros dos bancos simétricos respecto al camino vertical que pasa por la fuente (el eje Y).

a. Calcula las posiciones A' y B' de los nuevos bancos.

b. Calcula la distancia entre A y B y entre A' y B'.
c. ¿Qué figura forman los cuatro bancos? Razona.
d. Calcula su perímetro y su área.

Ejercicio 16

Ejercicio 16 – El suelo de baldosas

Se va a embaldosar el suelo de una terraza rectangular de 5 m por 3 m con baldosas cuadradas de 50 cm de lado, colocadas sin huecos formando una teselación por traslaciones. Cada baldosa cuesta 3,20 €.

a. ¿Cuántas baldosas caben a lo largo y cuántas a lo ancho?
b. ¿Cuántas baldosas se necesitan en total?
c. Calcula el coste de las baldosas.
d. Con baldosas triangulares equiláteras de lado 50 cm, ¿cuántas se juntarían en cada vértice interior? ¿Y con hexagonales?
e. ¿Qué movimiento permite pasar de una baldosa a la siguiente de la misma fila?

Ejercicio 17

Ejercicio 17 – La noria

Una noria de una feria en Valencia tiene 12 cabinas igualmente espaciadas. La cabina 1 está en la posición más baja.

a. ¿Cuántos grados hay entre dos cabinas consecutivas?
b. Si la noria gira 150°, ¿cuántas posiciones avanza cada cabina?
c. ¿Qué giro hay que dar para que la cabina 1 quede en la posición opuesta (arriba)?
d. ¿Cuántos giros de 90° seguidos devuelven la noria a su posición inicial?

Ejercicio 18

Ejercicio 18 – Giro en la cuadrícula

Un triángulo tiene vértices $A(1,0)$, $B(3,0)$ y $C(1,2)$. Se gira 90° en sentido antihorario alrededor del origen.

a. Calcula las imágenes A', B' y C'.
b. Comprueba que AB y $A'B'$ miden lo mismo.
c. Calcula el área antes y después del giro.
d. Calcula la imagen de C tras un giro de 180°.

Ejercicio 19

Ejercicio 19 – Un paralelogramo y su centro

El cuadrilátero $ABCD$ tiene vértices $A(0,0)$, $B(4,1)$, $C(5,4)$ y $D(1,3)$.

a. Calcula el punto medio M de la diagonal AC y el de la diagonal BD.
b. ¿Qué indica que coincidan? ¿Qué tipo de cuadrilátero es?
c. ¿En qué punto se transforma A mediante la simetría central de centro M? ¿Y B?
d. Calcula el área, sabiendo que es el doble del área del triángulo ABD ($A(0,0)$, $B(4,1)$, $D(1,3)$).

Ejercicio 20

Ejercicio 20 – Desafío: dos simetrías

Se aplican consecutivamente dos simetrías axiales respecto a dos rectas verticales paralelas, $x = 1$ y $x = 4$, al punto $P(0,2)$.

a. Calcula el simétrico P_1 de P respecto a $x = 1$.
b. Calcula el simétrico P_2 de P_1 respecto a $x = 4$.
c. ¿Qué movimiento equivale a esta composición? ¿Cuál es su vector?
d. Si las rectas se cortaran en un punto con un ángulo de 30°, ¿qué movimiento resultaría y de qué ángulo?