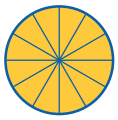
Apuntes - Fracciones, decimales y notación científica

Curso: 2 Eso

Fracciones y decimales son dos formas de escribir los mismos números. En este tema operas con ambos, los conviertes entre sí y usas la notación científica.

Actividad de introducción: la pizza de Álvaro

Álvaro y sus tres amigos piden una pizza grande que viene cortada en 12 trozos. Álvaro se come $\frac{1}{4}$ de la pizza, Sara $\frac{1}{3}$ y Pablo $\frac{1}{6}$. ¿Cuántos trozos ha comido cada uno? ¿Cuánto queda para Rocío? Mientras tanto, el repartidor cobra 13,50 € y Álvaro quiere pagar su parte; así que también necesita decimales. Las fracciones y los decimales son dos maneras de escribir los mismos números, y en este tema aprenderás a pasar de una a otra y a operar con las dos con seguridad.



12 trozos iguales
1/4 = 3 trozos · 1/3 = 4 trc

Fracciones y fracciones equivalentes

Definición: fracciones equivalentes

Dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son **equivalentes** si $a \cdot d = b \cdot c$. Se simplifican dividiendo numerador y denominador entre su mcd hasta obtener la **fracción irreducible**.

Ejemplo 1

¿Son equivalentes $\frac{6}{9}$ y $\frac{14}{21}$?

$6 \cdot 21 = 126$ y $9 \cdot 14 = 126$. Sí; ambas valen $\frac{2}{3}$.

Suma y resta de fracciones

Método: sumar o restar fracciones

1. Calcula el mcm de los denominadores.
2. Reduce cada fracción a ese denominador.
3. Opera los numeradores.

4. Simplifica.

Ejemplo 2

Calcula $\frac{5}{6} - \frac{3}{4} + \frac{1}{3}$.

mcm $= 12$: $\frac{10}{12} - \frac{9}{12} + \frac{4}{12} = \frac{5}{12}$.

Producto y cociente de fracciones

Regla: producto y cociente

$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$ y $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$. Los números mixtos se pasan antes a fracción impropia.

Ejemplo 3

Calcula $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) : \frac{7}{4}$.

$\frac{7}{6} : \frac{7}{4} = \frac{7 \cdot 4}{6 \cdot 7} = \frac{2}{3}$.

¡Atención!

Para sumar necesitas común denominador; para multiplicar, no. Y al dividir se invierte la segunda fracción, no la primera.

De fracción a decimal y viceversa

Definición: decimal exacto, periódico puro y mixto

Al dividir numerador entre denominador sale un decimal **exacto**, **periódico puro** ($0,\widehat{3}$) o **periódico mixto** ($0,1\widehat{6}$). Una fracción irreducible da decimal exacto solo si su denominador tiene únicamente los factores 2 y 5.

Método: pasar un decimal periódico a fracción

1. Llama N al número.
2. Multiplica por 10, 100... para que la coma quede justo antes de un periodo.
3. Resta para eliminar la parte periódica y despeja.

Ejemplo 4

Pasa $0,\widehat{7}$ y $1,25$ a fracción.

$N = 0,777\ldots$, $10N - N = 7$, $N = \frac{7}{9}$. Y $1,25 = \frac{125}{100} = \frac{5}{4}$.

Operaciones con decimales y orden

Propiedad

Para ordenar fracciones y decimales, pásalos todos al mismo formato. Entre dos números racionales siempre hay otro: $\frac{3}{4}$.

Ejemplo 5

Ordena $\frac{3}{5}$, $0,65$ y $\frac{5}{8}$.

$0,6$, $0,65$ y $0,625$. Orden: $\frac{3}{5}$.

Notación científica

Definición: notación científica

Se escribe $a \cdot 10^n$ con $1 \leq a$. Para sumar hay que igualar las potencias de 10; para multiplicar se multiplican los números y se suman los exponentes.

Ejemplo 6

Calcula $(3 \cdot 10^4) \cdot (2,5 \cdot 10^{-2})$.

$3 \cdot 2,5 = 7,5$ y $10^{4-2} = 10^2$. Resultado: $7,5 \cdot 10^2 = 750$.

Fracción de una cantidad y problemas

Ejemplo 7

Un ciclista recorre $\frac{2}{5}$ de una ruta por la mañana y $\frac{1}{3}$ de lo que queda por la tarde. Si la ruta mide 150 km, ¿cuánto le falta?

Mañana: $\frac{2}{5} \cdot 150 = 60$ km. Quedan 90. Tarde: $\frac{1}{3} \cdot 90 = 30$ km. Falta

$150 - 60 - 30 = 60$ km.

¡Atención!

El periodo se escribe una sola vez con arco, y $0,\widehat{9} = 1$. Una fracción de una fracción se multiplica, no se suma.

Números mixtos y fracciones impropias

Definición: número mixto

Un **número mixto** tiene una parte entera y una fracción propia: $2\frac{3}{4}$ significa $2 + \frac{3}{4}$. Para pasarlo a fracción impropia se multiplica el entero por el denominador y se suma el numerador: $2\frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 4 + 3}{4} = \frac{11}{4}$. Para volver al mixto se divide el numerador entre el denominador: el cociente es la parte entera y el resto es el nuevo numerador.

Ejemplo 8

Expresa $\frac{23}{6}$ como número mixto y $3\frac{2}{5}$ como fracción impropia.

$23 : 6$ da cociente 3 y resto 5, luego $\frac{23}{6} = 3\frac{5}{6}$. Y $3\frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 5 + 2}{5} = \frac{17}{5}$.

Fracción de una cantidad y problemas con «lo que queda»

Método: resolver un problema con fracciones

1. Lee el enunciado y subraya los datos: cantidades y fracciones.
2. Decide si cada fracción es «del total» o «de lo que queda». Es la clave de muchos errores.
3. Calcula cada parte: divide entre el denominador y multiplica por el numerador.
4. Comprueba que la suma de las partes es el total.
5. Escribe la respuesta con sus unidades.

Ejemplo 9

En un partido de baloncesto el equipo anota 48 puntos. Daniel anota $\frac{3}{8}$ de los puntos y Elena $\frac{1}{6}$ de lo que queda. ¿Cuántos puntos anota cada uno?

Daniel: $\frac{3}{8} \cdot 48 = 18$ puntos. Quedan $48 - 18 = 30$ puntos. Elena: $\frac{1}{6} \cdot 30 = 5$ puntos. Lo importante es que la segunda fracción se calcula sobre lo que queda (30), no sobre el total (48): si se hiciera sobre 48 saldrían 8 puntos y el resultado sería incorrecto.

Ejemplo 10

Un ciclista recorre $\frac{2}{5}$ de una ruta por la mañana y $\frac{1}{3}$ de lo que queda por la tarde. Si la ruta mide 150 km, ¿cuánto le falta?

Mañana: $\frac{2}{5} \cdot 150 = 60$ km. Quedan 90 km. Tarde: $\frac{1}{3} \cdot 90 = 30$ km. Le faltan $150 - 60 - 30 = 60$ km.

¡Atención!

- Sumar numeradores y denominadores: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ no es $\frac{2}{5}$ sino $\frac{5}{6}$.
- Olvidar simplificar al final o simplificar solo uno de los sumandos.
- Al dividir, invertir la primera fracción en vez de la segunda.
- Confundir «los $\frac{3}{4}$ del total» con «los $\frac{3}{4}$ de lo que queda».

¿Sabías que…?

Los antiguos egipcios, hace más de 3 500 años, solo usaban fracciones con numerador 1, como $\frac{1}{2}$ o $\frac{1}{3}$. Para escribir $\frac{3}{4}$ usaban $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$. Hoy seguimos hablando así en la cocina: «media docena de huevos», «un cuarto de kilo» o «tres cuartos de hora».

De decimal a fracción: periódicos mixtos

Método: generatriz de un decimal periódico mixto

1. Llama N al número, por ejemplo $N = 0{,}2\overline{5} = 0{,}2555\ldots$
2. Multiplica por una potencia de 10 para que la coma quede tras el primer periodo: $100N = 25{,}555\ldots$
3. Multiplica por otra potencia de 10 para que la coma quede justo antes del periodo: $10N = 2{,}555\ldots$
4. Resta ambas igualdades: $90N = 23$, de modo que $N = \frac{23}{90}$.

Ejemplo 11

Escribe $1,\widehat{3}$ y $0,41\widehat{6}$ como fracciones.

$N = 1{,}333\ldots$; $10N - N = 12$, luego $N = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$. Para $M = 0{,}41666\ldots$: $1\,000M = 416{,}666\ldots$ y $100M = 41{,}666\ldots$; restando, $900M = 375$ y $M = \frac{375}{900} = \frac{5}{12}$.

Fracciones, decimales y porcentajes

Regla: tres formas de escribir lo mismo

Una fracción, un decimal y un porcentaje pueden representar el mismo número. Para pasar de fracción a decimal se divide: $\frac{3}{4} = 0{,}75$. Para pasar de decimal a porcentaje se multiplica por 100: $0{,}75 = 75\%$. Y un porcentaje es una fracción de denominador 100: $25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$.

Ejemplo 12

En una clase de 25 alumnos, 15 llevan gafas. Escribe esa parte como fracción, decimal y porcentaje.

Fracción: $\frac{15}{25} = \frac{3}{5}$. Decimal: $3 : 5 = 0{,}6$. Porcentaje: $0{,}6 \cdot 100 = 60\%$. Se comprueba: el 60 % de 25 es $0{,}6 \cdot 25 = 15$.

Método: ordenar números rápidamente

1. Si las fracciones tienen el mismo denominador, se ordena por el numerador.
2. Si tienen el mismo numerador, es mayor la que tiene menor denominador.
3. En otro caso, se reducen a común denominador con el mcm o se pasan a decimales con la calculadora.
4. Para mezclar fracciones y decimales, convierte todo al mismo formato.

Fracciones en la vida diaria

En la panadería pides «tres cuartos de kilo» (0,75 kg) y en la receta «un cuarto de litro» (250 ml). Una tercera parte de una hora son 20 minutos y dos tercios de un euro son aproximadamente 0,67 €. Convertir con soltura entre fracciones y decimales te ahorra errores en problemas de compras, recetas y horarios.

Propiedad: redondeo y aproximación

Cuando un decimal periódico se usa en un problema real, se redondea según lo que se pida: a las décimas, a las centésimas o al euro. Se mira la cifra siguiente a la última que se conserva: si es 5 o más, se sube una unidad; si es menor que 5, se deja igual. Así, *\dfrac{2}{3}=0{,}666\dots\approx0{,}67* y *\dfrac{1}{6}=0{,}1666\dots\approx0{,}17*. Recuerda que el redondeo es una aproximación: el resultado exacto es la fracción, y es mejor trabajar con fracciones hasta el último paso para no acumular errores.

Ejemplo 13

Tres amigos se reparten 10 € a partes iguales. ¿Cuánto recibe cada uno? ¿Cuánto suman en total las tres cantidades redondeadas?

Cada uno recibe *\dfrac{10}{3}=3{,}333\dots\approx3{,}33* €. Las tres cantidades redondeadas suman $3 \cdot 3{,}33 = 9{,}99$ €, un céntimo menos que 10 €. Ese céntimo es el error de redondeo: en la vida real se resuelve dando 3,34 € a uno de ellos.

Consejo para el examen

Antes de dar por buena una respuesta con fracciones, haz siempre tres comprobaciones: que la fracción esté simplificada, que el resultado tenga sentido (por ejemplo, que una parte de una tarta no sea mayor que la tarta entera) y que las unidades sean las que pide el enunciado. Escribe los pasos intermedios: así, aunque te equivoques en una cuenta, el profesor puede ver que has planteado bien el problema y valorarte el procedimiento.

¡Atención! Sumar numeradores y denominadores

Un error muy extendido es sumar $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ como $\frac{2}{5}$. Basta pensar en una pizza: media pizza más un tercio de pizza es más que media pizza, y $\frac{2}{5}$ es menos que media. Para sumar o restar fracciones hay que reducir antes a común denominador: $\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$. Solo en el producto se multiplican directamente numeradores entre sí y denominadores entre sí.

Observación: ¿cuándo da un decimal exacto?

Una fracción irreducible da un decimal exacto solo si su denominador no tiene más factores primos que 2 y 5. Por eso $\frac{7}{40} = 0{,}175$ es exacto ($40 = 2^3 \cdot 5$) y $\frac{5}{12} = 0{,}41\overline{6}$ es periódico ($12 = 2^2 \cdot 3$).

El consejo de Otto

Convierte todo al mismo formato antes de comparar y, para problemas con «lo que

queda», calcula siempre sobre el resto, no sobre el total.