Soluciones - Fracciones, decimales y notación científica

Curso: 2 Eso

Solución del ejercicio 1

a. Buscamos el mayor divisor común de 36 y 48. $\text{mcd}(36, 48) = 12$, luego $\frac{36:12}{48:12} = \frac{3}{4}$.

b. Dos fracciones son equivalentes si los productos cruzados son iguales. $7 \cdot 45 = 315$ y $9 \cdot 35 = 315$. Los productos coinciden, luego son equivalentes.

c. Averiguamos por qué número se ha multiplicado cada término. $40 : 8 = 5$ y $5 \cdot 5 = 25$, así que $\frac{5}{8} = \frac{25}{40}$. Además $30 : 5 = 6$ y $8 \cdot 6 = 48$, así que $\frac{5}{8} = \frac{30}{48}$.

d. Descomponemos ambos números y tomamos los factores comunes. $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$ y $126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$. El mcd es $2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$. Entonces $\frac{84}{126} = \frac{2}{3}$.

Una fracción es irreducible cuando el mcd de sus términos es 1.

Solución del ejercicio 2

a. Reducimos a común denominador con el mcm de 12 y 16. $\text{mcm}(12, 16) = 48$: $\frac{28}{48}$ y $\frac{27}{48}$. Como $28 > 27$, $\frac{7}{12} > \frac{9}{16}$.

b. El mcm de 15 y 18 es 90. $\text{mcm}(15, 18) = 90$: $\frac{66}{90}$ y $\frac{65}{90}$. Es mayor $\frac{11}{15}$.

c. Pasamos todo a decimal con tres cifras para comparar. En decimales: $0{,}75;\ 0{,}7;\ 0{,}625;\ 0{,}667;\ 0{,}8$. Orden: $\frac{5}{8}$.

d. Buscamos fracciones equivalentes con el mismo denominador. Con denominador 12: $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$ y $\frac{1}{2} = \frac{6}{12}$. Sirve $\frac{5}{12}$ (entre 4/12 y 6/12).

Solución del ejercicio 3

a. Buscamos el mcm de los denominadores y sumamos los numeradores. $\text{mcm}(6, 10) = 30$: $\frac{25}{30} + \frac{21}{30} = \frac{46}{30} = \frac{23}{15}$.

b. El mcm de 4 y 9 es 36 porque no tienen factores comunes. $\text{mcm}(4, 9) = 36$: $\frac{27}{36} - \frac{8}{36} = \frac{19}{36}$.

c. Los números mixtos se pasan a fracción impropia: $2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$. Pasamos a impropias: $\frac{5}{2} + \frac{7}{4} = \frac{10}{4} + \frac{7}{4} = \frac{17}{4} = 4\frac{1}{4}$.

d. Escribimos el 5 con denominador 8. $\frac{40}{8} - \frac{7}{8} = \frac{33}{8} = 4\frac{1}{8}$.

e. El mcm de 2, 3, 4 y 6 es 12. $\text{mcm} = 12$: $\frac{6}{12} + \frac{4}{12} - \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$.

Al final simplificamos siempre hasta la fracción irreducible.

Solución del ejercicio 4

a. Multiplicamos numeradores y denominadores y simplificamos. $\frac{5 \cdot 12}{8 \cdot 25} = \frac{60}{200} = \frac{3}{10}$.

b. Dividir es multiplicar por la fracción inversa. $\frac{7}{9} \cdot \frac{27}{14} = \frac{189}{126} = \frac{3}{2}$.

c. Pasamos los mixtos a impropias: $\frac{7}{3}$ y $\frac{3}{2}$. $\frac{7}{3} \cdot \frac{3}{2} = \frac{21}{6} = \frac{7}{2}$.

d. Dividir entre $\frac{3}{5}$ es multiplicar por $\frac{5}{3}$. $3 \cdot \frac{5}{3} = 5$.

e. Multiplicamos las tres fracciones y simplificamos. $\frac{4 \cdot 15 \cdot 2}{5 \cdot 16 \cdot 3} = \frac{120}{240} = \frac{1}{2}$.

Simplificar antes de multiplicar evita números grandes: en el primero, $\frac{5}{25} = \frac{1}{5}$ y $\frac{12}{8} = \frac{3}{2}$.

Solución del ejercicio 5

a. Primero el paréntesis y después el producto. Paréntesis: $\frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$.
Producto: $\frac{11}{12} \cdot \frac{6}{11} = \frac{66}{132} = \frac{1}{2}$.

b. El paréntesis, luego el producto y por último la resta. Paréntesis: $\frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$.
Producto: $\frac{1}{6} \cdot 3 = \frac{1}{2}$. Resta: $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

c. Calculamos cada paréntesis y después dividimos. Primer paréntesis: $\frac{5}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{2}$.
Segundo: $\frac{3}{12} + \frac{1}{12} = \frac{1}{3}$. Cociente: $\frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{3}{2}$.

d. Se empieza por la fracción más interior. Denominador interno: $1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.
Entonces $\frac{1}{3/2} = \frac{2}{3}$ y $1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$.

Respetar la jerarquía es imprescindible: sin ella el segundo apartado daría un resultado

distinto.

Solución del ejercicio 6

a. $3 : 8 = 0{,}375$, exacto (el denominador $8 = 2^3$ solo tiene el factor 2).
b. $5 : 6 = 0{,}8\widehat{3}$, periódico mixto (el denominador $6 = 2 \cdot 3$ tiene el factor 3 además del 2).
c. $4 : 9 = 0{,}\widehat{4}$, periódico puro (el denominador $9 = 3^2$ no tiene factores 2 ni 5).
d. $7 : 11 = 0{,}\widehat{63}$, periódico puro (11 es primo distinto de 2 y de 5).
e. $9 : 20 = 0{,}45$, exacto ($20 = 2^2 \cdot 5$).
f. $11 : 12 = 0{,}91\widehat{6}$, periódico mixto ($12 = 2^2 \cdot 3$).

Solución del ejercicio 7

a. Decimal exacto: lo escribimos sobre 100 y simplificamos. $0{,}35 = \dfrac{35}{100} = \dfrac{7}{20}$.
b. Periódico puro de una cifra: multiplicamos por 10 y restamos. $N = 0{,}888\ldots$; $10N = 8{,}888\ldots$; $10N - N = 8$, luego $N = \dfrac{8}{9}$.
c. Periodo de dos cifras: multiplicamos por 100. $N = 1{,}2727\ldots$; $100N = 127{,}2727\ldots$; $100N - N = 126$, luego $N = \dfrac{126}{99} = \dfrac{14}{11}$.
d. Periódico mixto: usamos $100N$ y $10N$ para restar las partes periódicas. $N = 0{,}2555\ldots$; $100N = 25{,}555\ldots$ y $10N = 2{,}555\ldots$; $100N - 10N = 23$, así que $90N = 23$ y $N = \dfrac{23}{90}$.
e. Separamos la parte entera y la decimal. $3{,}125 = 3 + \dfrac{125}{1000} = 3 + \dfrac{1}{8} = \dfrac{25}{8}$.

Comprueba cada resultado dividiendo numerador entre denominador.

Solución del ejercicio 8

a. Pasamos de 6 a 10 personas: Se multiplica por $\dfrac{10}{6} = \dfrac{5}{3}$.
b. Multiplicamos cada cantidad por $\frac{5}{3}$: Arroz: $\dfrac{3}{4} \cdot \dfrac{5}{3} = \dfrac{5}{4} = 1{,}25$ kg. Carne: $\dfrac{3}{2} \cdot \dfrac{5}{3} = \dfrac{5}{2} = 2{,}5$ kg. Caldo: $\dfrac{9}{4} \cdot \dfrac{5}{3} = \dfrac{15}{4} = 3{,}75$ l.
c. Calculamos cuántas veces cabe $\frac{3}{4}$ kg en 1 kg: Con $\dfrac{3}{4}$ kg hay 6 raciones; 1 kg es

$1 : \frac{3}{4} = \frac{4}{3}$ de esa cantidad, luego llega para $6 \cdot \frac{4}{3} = 8$ personas.

d. Multiplicamos los kilos de arroz por el precio: $1{,}25 \cdot 2{,}40 = 3{,}00$ €.

Solución del ejercicio 9

a. Calculamos cada fracción de 240: Novelas: $240 : 8 \cdot 3 = 90$. Cómics: $240 : 4 = 60$. Ciencia: $240 : 6 = 40$. Otros: $240 - 90 - 60 - 40 = 50$.

b. Sumamos las fracciones conocidas y restamos de 1: $\frac{50}{240} = \frac{5}{24}$. También: $1 - \frac{3}{8} - \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{24 - 9 - 6 - 4}{24} = \frac{5}{24}$.

c. Calculamos $\frac{2}{5}$ de las 90 novelas: Prestadas: $\frac{2}{5} \cdot 90 = 36$. Quedan $90 - 36 = 54$ novelas.

d. El total y los cómics aumentan en 30: Total nuevo: 270 libros; cómics: $60 + 30 = 90$. Fracción: $\frac{90}{270} = \frac{1}{3}$.

Comprobación: $90 + 60 + 40 + 50 = 240$ libros.

Solución del ejercicio 10

a. Sumamos las tres fracciones con denominador 12: $\frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{2}{12} + \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$.

b. Restamos de la unidad y calculamos la cuarta parte de 1 200 g: Queda $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ de tarta: $1\,200 : 4 = 300$ g.

c. Comparamos $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{6}$ de 1 200 g: Marta ($\frac{1}{3}$ de 1 200 g son 400 g) y Lucas ($\frac{1}{6}$ son 200 g). Diferencia: $400 - 200 = 200$ g.

d. Dividimos $\frac{1}{4}$ entre 3: $\frac{1}{4} : 3 = \frac{1}{12}$ de la tarta, es decir, 100 g cada uno.

La tarta completa son 1 200 g.

Solución del ejercicio 11

a. Calculamos la cuarta parte de 120 km: $\frac{1}{4} \cdot 120 = 30$ km.

b. El segundo día se aplica $\frac{2}{5}$ a lo que queda, no al total: Quedan $120 - 30 = 90$ km. Segundo día: $\frac{2}{5} \cdot 90 = 36$ km.

c. El tercer día se recorre lo que falta: Tercer día: $120 - 30 - 36 = 54$ km. Fracción:

$\frac{54}{120} = \frac{9}{20}$.

d. Velocidad media = distancia : tiempo: $54 : 3 = 18$ km/h.

Comprobación: $30 + 36 + 54 = 120$ km.

Solución del ejercicio 12

a. Dividimos las masas: se dividen los números y se restan los exponentes. $\frac{5{,}97 \cdot 10^{24}}{7{,}35 \cdot 10^{22}} = 0{,}812 \cdot 10^{2} \approx 81$ veces.

b. Para sumar en notación científica igualamos antes los exponentes. Igualamos exponentes: $597 \cdot 10^{22} + 7{,}35 \cdot 10^{22} = 604{,}35 \cdot 10^{22} = 6{,}0435 \cdot 10^{24}$ kg.

c. Dividimos 1 mm entre la longitud de una bacteria: $\frac{10^{-3}}{2 \cdot 10^{-6}} = 0{,}5 \cdot 10^{3} = 500$ bacterias.

d. El exponente positivo indica cuántos lugares se mueve la coma a la derecha y el negativo, a la izquierda. $5{,}97 \cdot 10^{24} = 5\,970\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000$ y $2 \cdot 10^{-6} = 0{,}000\,002$.

La notación científica permite escribir números muy grandes o muy pequeños de forma breve.

Solución del ejercicio 13

a. Si tarda 4 horas en llenarlo, en una hora llena la cuarta parte. Grifo: $\frac{1}{4}$ por hora. Desagüe: $\frac{1}{6}$ por hora.

b. Con los dos abiertos se resta lo que sale de lo que entra: $\frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{3}{12} - \frac{2}{12} = \frac{1}{12}$ por hora. Tarda 12 horas.

c. Primero trabaja solo el grifo y después los dos juntos: En 2 horas: $2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$. Falta $\frac{1}{2}$ y se llena $\frac{1}{12}$ por hora: $\frac{1}{2} : \frac{1}{12} = 6$ horas más.

d. Calculamos $\frac{1}{12}$ de 1 200 litros: $\frac{1}{12} \cdot 1\,200 = 100$ litros por hora.

En total el depósito tarda $2 + 6 = 8$ horas en el tercer apartado.

Solución del ejercicio 14

a. Multiplicamos cada cantidad por su precio por kilo: Manzanas: $1{,}5 \cdot 1{,}80 = 2{,}70$ €.

Cerezas: $0{,}75 \cdot 6{,}40 = 4{,}80$ €. Patatas: $2{,}25 \cdot 0{,}96 = 2{,}16$ €. Jamón: $\frac{1}{4} \cdot 18{,}40 = 4{,}60$ €.

b. Sumamos los cuatro importes: Total: $2{,}70 + 4{,}80 + 2{,}16 + 4{,}60 = 14{,}26$ €.
c. Restamos el total del billete: $20 - 14{,}26 = 5{,}74$ €.
d. Dividimos el importe del jamón entre el total: $\frac{4{,}60}{14{,}26} \approx 0{,}32$, casi un tercio del gasto.

Respuesta: Hugo gasta 14,26 € y le devuelven 5,74 €.

Solución del ejercicio 15

a. $\frac{2}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} = \frac{24 + 15 + 10 + 6}{60} = \frac{55}{60} = \frac{11}{12}$. Otros: $1 - \frac{11}{12} = \frac{1}{12}$.
b. Papel: $\frac{2}{5} \cdot 450 = 180$ kg. Plástico: $\frac{1}{4} \cdot 450 = 112{,}5$ kg. Vidrio: $\frac{1}{6} \cdot 450 = 75$ kg. Orgánico: $\frac{1}{10} \cdot 450 = 45$ kg. Otros: $\frac{1}{12} \cdot 450 = 37{,}5$ kg. Suma: $180 + 112{,}5 + 75 + 45 + 37{,}5 = 450$ kg.
c. $180 : 360 = 0{,}5$ kg, medio kilo por alumno.
d. $180 + \frac{1}{3} \cdot 180 = 180 + 60 = 240$ kg.
e. Vidrio más orgánico: $\frac{1}{6} + \frac{1}{10} = \frac{5}{30} + \frac{3}{30} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15} \approx 0{,}267$. Y $\frac{2}{5} = 0{,}4$ es mayor. Sí tiene razón.

Solución del ejercicio 16

a. $\frac{3}{10} + \frac{2}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} = \frac{9 + 12 + 5 + 3}{30} = \frac{29}{30}$. Imprevistos: $\frac{1}{30}$ de 2 400 son 80 €.
b. Autobús: 720 €. Alojamiento: 960 €. Comidas: 400 €. Entradas: 240 €. Imprevistos: 80 €. Suma: $720 + 960 + 400 + 240 + 80 = 2\,400$ €.
c. $2\,400 : 30 = 80$ € por alumno.
d. Subvención: $\frac{1}{5} \cdot 2\,400 = 480$ €. Quedan $1\,920$ € y $1\,920 : 30 = 64$ € por alumno.
e. Comidas más entradas: $400 + 240 = 640$ €. El autobús cuesta 720 €, es mayor.

Solución del ejercicio 17

a. Calculamos cada fracción de 240 personas: Adultos: $\frac{3}{5} \cdot 240 = 144$. Niños: $\frac{1}{4} \cdot 240 = 60$. Jóvenes: $240 - 144 - 60 = 36$.

b. Restamos adultos y niños, o hacemos $1 - \frac{3}{5} - \frac{1}{4}$: $\frac{36}{240} = \frac{3}{20}$.

c. Multiplicamos los niños por medio litro y dividimos entre $\frac{3}{4}$ l: Niños: $60 \cdot \frac{1}{2} = 30$ litros. Botellas: $30 : \frac{3}{4} = 30 \cdot \frac{4}{3} = 40$.

d. Dividimos los litros entre lo que contiene cada botella: Adultos: $144 \cdot \frac{3}{2} = 216$ litros. Botellas: $216 \cdot \frac{4}{3} = 288$.

e. Multiplicamos las botellas por su precio: $40 \cdot 0{,}85 = 34$ €.

Solución del ejercicio 18

a. Ana: $\frac{1}{3}$ por hora. Luis: $\frac{1}{6}$ por hora.

b. Juntos: $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ por hora. Tardan 2 horas.

c. Primera hora: $\frac{1}{3}$. Falta $\frac{2}{3}$ y juntos hacen $\frac{1}{2}$ por hora: $\frac{2}{3} : \frac{1}{2} = \frac{4}{3}$ h $= 1$ h 20 min. Total: 2 h 20 min.

d. Cada pared les cuesta 2 horas juntos: $4 \cdot 2 = 8$ horas.

Solución del ejercicio 19

a. Pasamos las fracciones a decimales: $2\frac{1}{2} = 2{,}5$ y $1\frac{3}{4} = 1{,}75$. En decimales: $2{,}5 + 3{,}25 + 1{,}75 + 2{,}5 = 10$ km.

b. Multiplicamos los kilómetros por los minutos de cada uno: $2{,}5 \cdot 6 = 15$ minutos.

c. Dividimos el tramo entre el total y simplificamos: $\frac{3{,}25}{10} = \frac{325}{1000} = \frac{13}{40}$.

d. Dividimos el recorrido entre la distancia entre puestos: $10 : \frac{5}{4} = 8$, es decir, 8 puestos si se cuenta el de la meta.

Solución del ejercicio 20

a. Sumamos con denominador común 12: $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{6+2+1}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$.

b. Escribimos cada sumando como diferencia y observamos que se cancelan: La suma es $\left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{10}\right)$. Los términos intermedios se anulan y queda $1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$.

c. Usamos el método de los periódicos: $N = 0{,}999\ldots$; $10N = 9{,}999\ldots$;

$10N - N = 9$; $9N = 9$; $N = 1$.

d. Pasamos los periódicos a fracción con denominador 18: $0,\widehat{3} = \frac{1}{3} = \frac{6}{18}$ y $0,\widehat{4} = \frac{4}{9} = \frac{8}{18}$. Como 6, se cumple la desigualdad.