Soluciones del examen - Ecuaciones de segundo grado

Curso: 2 Eso · Duración: 50 minutos · /20

Solución del ejercicio 1 (4 puntos)

a. $x^2 - 49 = 0$ es incompleta sin término en x: $x^2 = 49$ y **x = 7 o x = −7** (1 punto).
b. En $3x^2 + 12x = 0$ sacamos $3x$: $3x(x + 4) = 0$, y cada factor nulo da **x = 0** o **x = −4** (1 punto).
c. En $x^2 - 5x + 6 = 0$ el discriminante es 1 y $x = \frac{5 \pm 1}{2}$: **3 y 2**, que suman 5 y multiplican 6 (1 punto).
d. En $2x^2 + 3x - 2 = 0$, $\Delta = 9 + 16 = 25$ y $x = \frac{-3 \pm 5}{4}$: **1/2 y −2**; sustituyendo 1/2: 0,5 + 1,5 − 2 = 0 (1 punto).

Solución del ejercicio 2 (3 puntos)

a. Para $k = 4$ el discriminante $16 - 4k$ vale 0: hay **una solución doble**, $x = 2$, porque $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$ (1 punto).
b. Para $k = 3$ vale $16 - 12 = 4$, positivo: **dos soluciones**, $x = \frac{4 \pm 2}{2}$, es decir, 1 y 3 (1 punto).
c. Para $k = 5$ vale $16 - 20 = -4$, negativo: **ninguna solución real**, ya que no existe la raíz cuadrada de −4. En general, al crecer k disminuye el discriminante, y el cambio se produce en $k = 4$ (1 punto).

Solución del ejercicio 3 (4 puntos)

a. Si las soluciones son 3 y −2, la ecuación es $(x - 3)(x + 2) = 0$, que desarrollada da $x^2 - x - 6 = 0$. La suma de soluciones, 1, coincide con $-b/a$, y el producto, −6, con c/a (2 puntos).
b. Quitando el paréntesis, $x^2 + 3x - 10 = 0$; el discriminante 49 da $x = \frac{-3 \pm 7}{2}$, es decir, **2 y −5**. Comprobación: $2 \cdot 5 = 10$ y $(-5) \cdot (-2) = 10$. Ambas soluciones son válidas porque aquí x no representa ninguna longitud (2 puntos).

Solución del ejercicio 4 (4 puntos)

a. Llamando x al ancho, el largo es $x + 3$ y la superficie $x(x + 3) = 40$, o sea $x^2 + 3x - 40 = 0$ (1 punto).
b. El discriminante vale $9 + 160 = 169$ y $x = \frac{-3 \pm 13}{2}$: 5 o −8. Una longitud negativa no tiene sentido, de modo que el jardín mide **5 m por 8 m** (2 puntos).

c. Su contorno es $2 \cdot (5 + 8) =$ **26 m**; además 5 · 8 = 40 m² confirma el resultado (1 punto).

Solución del ejercicio 5 (5 puntos)

a. A los 2 s: $h(2) = -5 \cdot 4 + 10 \cdot 2 + 15 =$ **15 m**, la misma altura del balcón (1 punto).
b. Toca el suelo cuando $h = 0$; dividiendo entre −5, $t^2 - 2t - 3 = 0$, con soluciones 3 y −1. Solo vale **t = 3 s**, porque el lanzamiento empieza en t = 0 (1,5 puntos).
c. En el instante 1 s alcanza $h(1) = -5 + 10 + 15 =$ **20 m**, cinco metros por encima del balcón (1 punto).
d. Igualando a 15 m: $-5t^2 + 10t = 0$, $-5t(t - 2) = 0$, luego **t = 0 y t = 2 s**: sale del balcón y vuelve a pasar por esa altura al caer (1,5 puntos).