Ejercicios - Ecuaciones de segundo grado

Curso: 2 Eso · 20

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

Ejercicio 1

Ejercicio 1 – Coeficientes y clasificación

Escribe cada ecuación en la forma general $ax^2 + bx + c = 0$, indica los coeficientes a, b y c y di si es completa o incompleta.

a. $3x^2 - 5x + 2 = 0$
b. $x^2 - 9 = 0$
c. $2x^2 + 6x = 0$
d. $5x^2 = 20$
e. $x^2 + 4x = 7 - 2x$

Ejercicio 2

Ejercicio 2 – Ecuaciones $ax^2 + c = 0$

Despeja x^2 y extrae la raíz cuadrada. Recuerda que una raíz positiva da dos soluciones, una positiva y otra negativa.

a. $x^2 - 49 = 0$
b. $3x^2 - 27 = 0$
c. $2x^2 + 8 = 0$
d. $5x^2 = 45$

Ejercicio 3

Ejercicio 3 – Ecuaciones $ax^2 + bx = 0$

Saca factor común x e iguala a cero cada factor.

a. $x^2 - 6x = 0$
b. $3x^2 + 12x = 0$
c. $2x^2 = 5x$
d. $x^2 + x = 0$

Ejercicio 4

Ejercicio 4 – La fórmula general

Resuelve con $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ y comprueba una de las soluciones.

a. $x^2 - 5x + 6 = 0$
b. $2x^2 + 3x - 2 = 0$
c. $x^2 + 4x + 4 = 0$
d. $x^2 + x + 1 = 0$

Ejercicio 5

Ejercicio 5 – El discriminante

Calcula el discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$ y decide cuántas soluciones reales tiene cada ecuación sin resolverla. Después responde a la última pregunta.

a. $x^2 - 4x + 3 = 0$
b. $3x^2 - 2x + 5 = 0$
c. $x^2 - 4x + 4 = 0$
d. ¿Para qué valor de k la ecuación $x^2 + 6x + k = 0$ tiene una solución doble?

Ejercicio 6

Ejercicio 6 – Hay que prepararlas

Pasa todos los términos al primer miembro, reduce y resuelve.

a. $x(x + 3) = 10$
b. $(x - 2)^2 = 9$
c. $(x + 1)(x - 3) = 12$
d. $2x^2 - 3 = x^2 + 6x + 4$

Ejercicio 7

Ejercicio 7 – Con denominadores

Multiplica por el mcm para quitar los denominadores y resuelve.

a. $\dfrac{x^2}{2} - \dfrac{x}{2} = 3$
b. $\dfrac{x^2}{3} = \dfrac{x + 6}{3} + x$

Ejercicio 8

Ejercicio 8 – Suma y producto de las soluciones

Si x_1 y x_2 son las soluciones de $x^2 + bx + c = 0$, entonces $x_1 + x_2 = -b$ y $x_1 \cdot x_2 = c$.

a. Sin resolver, calcula la suma y el producto de las soluciones de $x^2 - 7x + 12 = 0$ y averígualas.
b. Escribe una ecuación de segundo grado cuyas soluciones sean 2 y -5.
c. Escribe una ecuación con solución doble $x = 4$.
d. Dos números suman 10 y su producto es 24. ¿Cuáles son? ¿Y si el producto fuera 30?

Ejercicio 9

Ejercicio 9 – El jardín rectangular

Un jardín rectangular de un parque de Zaragoza tiene un largo que mide 3 m más que el ancho. Su superficie es de 40 m².

a. Llama x al ancho y plantea la ecuación.
b. Resuélvela e indica qué solución no vale y por qué.
c. Calcula las dimensiones y el perímetro del jardín.
d. Si el césped cuesta 3,50 € el metro cuadrado, ¿cuánto cuesta cubrirlo?

Ejercicio 10

Ejercicio 10 – Un cuadrado se convierte en rectángulo

Con una cartulina cuadrada de lado x cm se hace un rectángulo alargando un lado 3 cm y acortando el otro 2 cm. El área del rectángulo es 14 cm².

a. Escribe las dimensiones del rectángulo y plantea la ecuación.
b. Resuelve la ecuación y descarta la solución que no tenga sentido.
c. ¿Cuál era el área del cuadrado original?
d. ¿Qué diferencia de área hay entre el cuadrado y el rectángulo?

Ejercicio 11

Ejercicio 11 – Números que se persiguen

Dos números enteros consecutivos tienen por producto 156.

a. Plantea la ecuación con x y $x + 1$.
b. Resuélvela y escribe las dos parejas de números que cumplen el enunciado.
c. ¿Cuál es la suma de cada pareja?
d. Explica por qué el producto de dos enteros consecutivos siempre es par.

Ejercicio 12

Ejercicio 12 – El balón desde el balcón

Desde un balcón de 15 m de altura se lanza un balón hacia arriba. Su altura en metros pasados t segundos es $h(t) = -5t^2 + 10t + 15$.

a. ¿Cuándo toca el suelo?
b. ¿Cuál es la altura a los 2 segundos? ¿Y a los 3?
c. Calcula la altura máxima, que se alcanza en $t = 1$ s.
d. ¿En qué instantes el balón está a la misma altura que el balcón?

Ejercicio 13

Ejercicio 13 – El marco de la fotografía

Una fotografía de 20 cm por 30 cm se enmarca con un marco de anchura constante x cm. La superficie total del cuadro con el marco es de 936 cm².

a. Escribe las dimensiones del cuadro con el marco.
b. Plantea y resuelve la ecuación.
c. ¿Cuál es la anchura del marco? ¿Cuánto mide la superficie del marco?
d. Si el marco cuesta 0,04 € por cm², ¿cuánto vale?

Ejercicio 14

Ejercicio 14 – Las entradas del concierto

En un concierto en Valencia el precio de la entrada es de x euros. Se estima que se venden $200 - 5x$ entradas. La organización necesita ingresar 1 500 €.

a. Escribe la expresión de los ingresos.
b. Plantea la ecuación y resuélvela.
c. ¿Cuántas entradas se venden con cada precio posible?
d. ¿Qué precio recomiendas si se prefiere que asista más gente? Razónalo.

Ejercicio 15

Ejercicio 15 – El camino alrededor del jardín

Un jardín rectangular de 12 m por 8 m se rodea de un camino de baldosas de ancho uniforme x. Se quiere que el camino ocupe 96 m².

a. Escribe las dimensiones del conjunto jardín más camino.
b. Escribe y resuelve la ecuación que relaciona las áreas.
c. ¿Cuánto mide el ancho del camino?
d. Si cada metro cuadrado de baldosa cuesta 22 €, ¿cuánto cuesta el camino?
e. ¿Cuántas baldosas cuadradas de 40 cm de lado hacen falta, sin contar roturas?

Ejercicio 16

Ejercicio 16 – El ciclista veloz

Un ciclista recorre una ruta de 60 km a velocidad constante v. Si hubiera ido 5 km/h más deprisa, habría tardado 1 hora menos.

a. Escribe el tiempo que tarda con cada velocidad.
b. Plantea la ecuación y llévala a la forma general.
c. Resuélvela y calcula la velocidad v.
d. ¿Cuánto tiempo tarda en realidad? ¿Y si fuera 5 km/h más rápido?

Ejercicio 17

Ejercicio 17 – Las edades de los hermanos

Laura tiene x años y su hermano Pedro tiene 5 años más. El producto de sus edades es 126.

a. Escribe la ecuación.
b. Resuélvela e indica las edades.
c. ¿Cuál será el producto de sus edades dentro de 4 años?
d. ¿Hace cuántos años el producto era 36?

Ejercicio 18

Ejercicio 18 – El invernadero

Un invernadero rectangular de una finca de Almería tiene una superficie de 54 m² y un perímetro de 30 m.

a. ¿Cuánto suman el largo y el ancho?
b. Plantea una ecuación de segundo grado con el ancho x.
c. Resuélvela y calcula las dimensiones.
d. Si se cubre con plástico que cuesta 1,80 € el metro cuadrado (solo la superficie), ¿cuánto cuesta?

Ejercicio 19

Ejercicio 19 – El arco del puente

El arco de un puente peatonal sobre un río, en Logroño, tiene la forma de la parábola $h(x) = -x^2 + 6x$, donde x es la distancia horizontal desde un extremo y h la altura, ambas en metros.

a. ¿Cuánto mide la luz del puente, es decir, la distancia entre los dos extremos al nivel del agua?
b. ¿A qué distancias horizontales el arco tiene 5 m de altura?
c. Calcula la altura máxima, que se alcanza en $x = 3$ m.
d. Un barco de 4,5 m de altura de mástil quiere pasar justo por el centro. ¿Pasa? ¿Y si pasa a 1 m de la orilla?

Ejercicio 20

Ejercicio 20 – Desafío: ecuación bicuadrada

La ecuación $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ no es de segundo grado, pero se resuelve con el cambio $z = x^2$.

a. Escribe la ecuación en z y resuélvela.
b. Deshaz el cambio para hallar las cuatro soluciones en x.
c. Comprueba una de ellas.
d. Resuelve de la misma forma $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$.