Examen - Vectores en el espacio

Curso: 2 Bachillerato Ciencias · Duración: 60 minutos · /20

Nombre:	Fecha:	**Nota: /20**

Ejercicio	1	2	3	4	5	Total
puntos	4	4	4	4	4	**20**
Nota						

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

Ejercicio 1 (4 puntos)

Ejercicio 1 – Bases y coordenadas

Se consideran los vectores $\vec{a} = (1, 0, 2)$, $\vec{b} = (2, 1, 0)$ y $\vec{c} = (0, 1, 1)$.

a. Demuestra que forman una base de $\mathbb{R}^3$. (1,5 puntos)
b. Halla las coordenadas de $\vec{p} = (3, 2, 3)$ en esa base. (1,5 puntos)
c. Halla m para que $(1, m, 0)$, $\vec{a}$ y $\vec{b}$ sean linealmente dependientes. (1 punto)

Ejercicio 2 (4 puntos)

Ejercicio 2 – Productos escalar y vectorial

Sean $\vec{u} = (2, 1, -2)$ y $\vec{v} = (1, -1, 0)$.

a. Calcula el ángulo que forman. (1 punto)
b. Calcula $\vec{u} \times \vec{v}$ y el área del triángulo determinado por $\vec{u}$ y $\vec{v}$. (1,5 puntos)
c. Halla un vector de módulo 6 perpendicular a $\vec{u}$ y a $\vec{v}$. (1,5 puntos)

Ejercicio 3 (4 puntos)

Ejercicio 3 – Producto mixto con parámetro

Sean $\vec{a} = (1, 1, k)$, $\vec{b} = (2, k, 1)$ y $\vec{c} = (0, 1, 1)$.

a. Calcula $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]$ en función de k. (1,5 puntos)
b. ¿Para qué valores de k son coplanarios? (1 punto)
c. Para $k = 3$, calcula el volumen del tetraedro que determinan. (1,5 puntos)

Ejercicio 4 (4 puntos)

Ejercicio 4 – Problema: un tetraedro

Se consideran los puntos $A(1,0,1)$, $B(3,2,1)$, $C(2,-1,4)$ y $D(0,2,3)$.

a. Comprueba que no son coplanarios. (1 punto)
b. Calcula el área del triángulo ABC. (1 punto)
c. Calcula el volumen del tetraedro $ABCD$. (1 punto)
d. Calcula la altura del tetraedro desde D sobre la cara ABC. (1 punto)

Ejercicio 5 (4 puntos)

Ejercicio 5 – Problema: el trineo de nieve

En una estación de esquí de Sierra Nevada dos monitores arrastran un trineo con material. Cada uno tira de una cuerda: las fuerzas son $\vec{F}_1 = (20, 0, 15)$ N y $\vec{F}_2 = (-10, 30, 15)$ N. El trineo se desplaza sobre la nieve según el vector $\vec{d} = (6, 8, 0)$ m.

a. Calcula la fuerza resultante y su módulo. (1 punto)
b. Calcula el trabajo total realizado sobre el trineo. (1 punto)
c. Calcula el ángulo entre la resultante y el desplazamiento. (1 punto)
d. ¿Qué parte de la resultante tira hacia arriba y no sirve para avanzar? Justifícalo. (1 punto)