Soluciones del examen - Probabilidad

Curso: 2 Bachillerato Ciencias · Duración: 60 minutos · /20

Solución del ejercicio 1 (4 puntos)

a. $P(A \cap B) = 0{,}6 + 0{,}5 - 0{,}8 = 0{,}3$. Se despeja de la fórmula de la probabilidad de la unión. (1 punto)

b. Por De Morgan, : $1 - 0{,}3 = 0{,}7$. Es la probabilidad de que no ocurran los dos sucesos a la vez. (1 punto)

c. $\frac{0{,}3}{0{,}5} = 0{,}6$. Se divide la probabilidad de la intersección entre la del suceso que condiciona. (1 punto)

d. $P(A)P(B) = 0{,}3 = P(A \cap B)$: sí son independientes (también $P(A \mid B) = P(A)$). Saber que ha ocurrido B no cambia la probabilidad de A: vale 0,6 en los dos casos. (1 punto)

Comprobación: y , coherente con la independencia.

Solución del ejercicio 2 (4 puntos)

a. Mujeres: 40 en inglés y 20 en alemán (60). Hombres: 30 en inglés y 30 en alemán (60). Totales: 70 y 50. Filas: mujeres y hombres; columnas: inglés y alemán. Los hombres se obtienen restando: $70 - 40 = 30$ y $50 - 20 = 30$. (1 punto)

b. $\frac{60}{120} = 0{,}5$. Por la regla de Laplace: casos favorables entre casos posibles. (0,5 puntos)

c. $\frac{20}{60} = \frac{1}{3} \approx 0{,}33$. Al condicionar a «mujer», el espacio muestral se reduce a las 60 mujeres, de las que 20 estudian alemán. (1,25 puntos)

d. $\frac{30}{70} = \frac{3}{7} \approx 0{,}43$. Ahora el total son los 70 alumnos de inglés, de los que 30 son hombres. (1,25 puntos)

Solución del ejercicio 3 (4 puntos)

a. Soleado (0,6): vende más de 200 (0,3) o no (0,7). Nublado (0,4): vende más de 200 (0,1) o no (0,9). El árbol tiene dos niveles, el tipo de día y las ventas; las ramas que salen de cada nudo suman 1. (1 punto)

b. $0{,}6 \cdot 0{,}3 + 0{,}4 \cdot 0{,}1 = 0{,}18 + 0{,}04 = 0{,}22$. Teorema de la probabilidad total: se suman los productos de las ramas que terminan en «más de 200». (1,5 puntos)

c. $\frac{0{,}18}{0{,}22} = \frac{9}{11} \approx 0{,}82$. Teorema de Bayes: la rama «soleado y más de 200» entre la probabilidad total. Aunque solo el 60 % de los días son soleados, explican el 82 % de los días de muchas ventas. (1,5 puntos)

Solución del ejercicio 4 (4 puntos)

a. $0{,}7 \cdot 0{,}6 = 0{,}42$. Como son independientes, la probabilidad de la intersección es el producto. (1 punto)
b. Complementario de que no lo resuelva ninguna: $1 - 0{,}3 \cdot 0{,}4 = 1 - 0{,}12 = 0{,}88$. Ana falla con 0,3 y Bea con 0,4, así que ninguna lo resuelve con $0{,}3 \cdot 0{,}4$. También: $0{,}7 + 0{,}6 - 0{,}42 = 0{,}88$. (1,5 puntos)
c. Solo Ana: $0{,}7 \cdot 0{,}4 = 0{,}28$. $\frac{0{,}28}{0{,}88} = \frac{7}{22} \approx 0{,}32$. «Solo Ana» significa que Ana lo resuelve y Bea no; como ese suceso implica que el problema está resuelto, su intersección con «resuelto» es él mismo. (1,5 puntos)

Solución del ejercicio 5 (4 puntos)

a. $0{,}7 \cdot 0{,}04 + 0{,}3 \cdot 0{,}1 = 0{,}028 + 0{,}03 = 0{,}058$. Probabilidad total con las ramas horno nuevo (0,7) y horno antiguo (0,3). (1 punto)
b. $\frac{0{,}03}{0{,}058} = \frac{15}{29} \approx 0{,}52$: aunque el horno antiguo hace menos piezas, es el responsable de más de la mitad de los defectos. Por Bayes: la rama «antiguo y defectuosa» entre la probabilidad total de defecto. (1,5 puntos)
c. $1 - (1 - 0{,}058)^2 = 1 - 0{,}942^2 \approx 0{,}1126$. Lo contrario de «al menos una con defectos» es «ninguna con defectos», con probabilidad 0,942 para cada pieza; $0{,}942^2 \approx 0{,}8874$. (1,5 puntos)