Ejercicios - Probabilidad

Curso: 2 Bachillerato Ciencias · 20

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

Ejercicio 1

Ejercicio 1 – Sucesos con un dado

Se lanza un dado de seis caras. Se consideran los sucesos A = «sale par» y B = «sale un número mayor que 4».

a. Escribe el espacio muestral y los sucesos A y B.
b. Escribe $A \cup B$, $A \cap B$ y .
c. Calcula sus probabilidades con la regla de Laplace.
d. Comprueba la fórmula $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Ejercicio 2

Ejercicio 2 – Propiedades de la probabilidad

Se sabe que $P(A) = 0{,}5$, $P(B) = 0{,}4$ y $P(A \cap B) = 0{,}2$.

a. Calcula $P(A \cup B)$.
b. Calcula usando las leyes de De Morgan.
c. Calcula .
d. Calcula $P(A \mid B)$ y $P(B \mid A)$.
e. ¿Son A y B independientes?

Ejercicio 3

Ejercicio 3 – La baraja española

Se extrae una carta de una baraja española de 40 cartas (cuatro palos: oros, copas, espadas y bastos; en cada palo, del 1 al 7 y tres figuras: sota, caballo y rey).

a. Calcula la probabilidad de sacar un oro.
b. Calcula la probabilidad de sacar una figura.
c. Calcula la probabilidad de sacar un oro o una figura.
d. Calcula la probabilidad de no sacar ni oro ni figura.

Ejercicio 4

Ejercicio 4 – Probabilidad condicionada con una tabla

En un grupo de 60 alumnos de bachillerato se pregunta si practican deporte. Los

resultados aparecen en la tabla. Se elige un alumno al azar.

	Practica deporte	No practica	Total
Chicas	18	12	30
Chicos	10	20	30
Total	28	32	60

a. Calcula la probabilidad de que practique deporte.
b. Calcula la probabilidad de que practique deporte sabiendo que es chica.
c. Calcula la probabilidad de que sea chica sabiendo que practica deporte.
d. ¿Son independientes «ser chica» y «practicar deporte»?

Ejercicio 5

Ejercicio 5 – Sucesos independientes

Dos sucesos son independientes si $P(A \cap B) = P(A)\,P(B)$, es decir, si saber que ocurre uno no cambia la probabilidad del otro.

a. Si A y B son independientes con $P(A) = 0{,}3$ y $P(B) = 0{,}6$, calcula $P(A \cap B)$ y $P(A \cup B)$.
b. Calcula y comprueba que y también son independientes.
c. ¿Pueden ser independientes dos sucesos incompatibles con probabilidades positivas? Razona.

Ejercicio 6

Ejercicio 6 – Extracciones con y sin reemplazamiento

Una urna contiene 5 bolas rojas y 3 azules. Se extraen dos bolas.

a. Sin reemplazamiento, calcula la probabilidad de que las dos sean rojas.
b. Sin reemplazamiento, calcula la probabilidad de que sean de distinto color.
c. Con reemplazamiento, calcula la probabilidad de que las dos sean rojas.
d. Explica por qué cambian los resultados.

Ejercicio 7

Ejercicio 7 – Dos urnas: probabilidad total y Bayes

La urna I tiene 3 bolas blancas y 2 negras; la urna II, 1 blanca y 3 negras. Se lanza una moneda: si sale cara se saca una bola de la urna I y si sale cruz, de la II.

a. Dibuja el diagrama de árbol.
b. Calcula la probabilidad de sacar una bola blanca.
c. Si la bola es blanca, ¿cuál es la probabilidad de que venga de la urna I?

Ejercicio 8

Ejercicio 8 – La encuesta sobre redes sociales

En un instituto de Alicante se pregunta a 200 alumnos qué red social usan más. Los resultados por curso aparecen en la tabla. Se elige un alumno al azar.

	Red A	Red B	Total
1.º bachillerato	60	40	100
2.º bachillerato	50	50	100
Total	110	90	200

a. Calcula la probabilidad de que use más la red A.
b. Calcula la probabilidad de que sea de 1.º de bachillerato y use más la red B.
c. Sabiendo que es de 2.º, ¿cuál es la probabilidad de que use más la red A?
d. ¿Es independiente el curso de la red preferida? Justifícalo con un cálculo.

Ejercicio 9

Ejercicio 9 – Las tres máquinas de la fábrica

Una fábrica de tornillos de Gipuzkoa tiene tres máquinas: la A fabrica el 50 % de la producción, la B el 30 % y la C el 20 %. Los porcentajes de tornillos defectuosos son el 1 %, el 2 % y el 3 %, respectivamente.

a. Dibuja el diagrama de árbol.
b. Calcula la probabilidad de que un tornillo elegido al azar sea defectuoso.
c. Si un tornillo es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que lo haya fabricado la máquina C?
d. ¿Qué máquina es la más probable si el tornillo es defectuoso?

Ejercicio 10

Ejercicio 10 – Un test de diagnóstico

Una enfermedad afecta al 2 % de la población. Un test la detecta en el 95 % de los enfermos (sensibilidad) y da negativo en el 95 % de los sanos (especificidad). Un centro de salud de Badajoz hace el test a una persona elegida al azar.

a. Calcula la probabilidad de que el test dé positivo.
b. Si da positivo, ¿cuál es la probabilidad de que la persona esté enferma?
c. Si da negativo, ¿cuál es la probabilidad de que esté sana?
d. Explica por qué el resultado del apartado b) es tan bajo y qué haría el médico.

Ejercicio 11

Ejercicio 11 – ¿Llegará puntual el tren?

Un tren de alta velocidad entre Madrid y Barcelona llega puntual el 95 % de los días sin incidencias meteorológicas, y solo el 70 % de los días con niebla o tormenta. En la época del año del viaje, el 30 % de los días hay mal tiempo.

a. Calcula la probabilidad de que el tren llegue puntual.
b. Si llegó con retraso, ¿cuál es la probabilidad de que hubiera mal tiempo?
c. Calcula la probabilidad de que en dos viajes independientes llegue puntual las dos veces.

Ejercicio 12

Ejercicio 12 – Los penaltis del delantero

Una delantera de un equipo de fútbol femenino de Sevilla marca el 80 % de los penaltis que lanza. Se supone que cada lanzamiento es independiente de los demás. En una tanda lanza tres penaltis.

a. Calcula la probabilidad de que marque los tres.
b. Calcula la probabilidad de que no marque ninguno.
c. Calcula la probabilidad de que marque al menos uno.
d. Calcula la probabilidad de que falle exactamente uno.

Ejercicio 13

Ejercicio 13 – Salir de casa en el parchís

En el parchís, para sacar una ficha de casa hay que sacar un 5. Un jugador tiene tres tiradas para conseguirlo.

a. Calcula la probabilidad de no sacar ningún 5 en tres tiradas.
b. Calcula la probabilidad de sacar al menos un 5.
c. ¿Cuántas tiradas hacen falta como mínimo para que la probabilidad de sacar al menos un 5 supere el 90 %?

Ejercicio 14

Ejercicio 14 – El filtro de correo no deseado

El 40 % de los correos que recibe una empresa son publicidad no deseada. La palabra «gratis» aparece en el 60 % de esos correos y solo en el 5 % de los correos normales. El programa de correo usa el teorema de Bayes para decidir.

a. Calcula la probabilidad de que un correo contenga «gratis».
b. Si un correo contiene «gratis», ¿cuál es la probabilidad de que sea no deseado?
c. Si el programa envía a la carpeta de no deseados todo correo con «gratis», ¿qué porcentaje de correos normales se perderían?

Ejercicio 15

Ejercicio 15 – Problema: cómo van al instituto

Un instituto de Zaragoza hace una encuesta a sus 400 alumnos sobre el medio de transporte que usan para llegar. Los resultados, separados por etapa, aparecen en la tabla. El ayuntamiento quiere usar los datos para decidir si amplía el carril bici. Se elige un alumno al azar.

	Andando	Autobús	Bicicleta	Coche	Total
ESO	100	90	30	30	250
Bachillerato	40	40	50	20	150
Total	140	130	80	50	400

a. Calcula la probabilidad de que vaya en bicicleta.
b. Calcula la probabilidad de que sea de bachillerato y vaya andando.
c. Sabiendo que va en autobús, ¿cuál es la probabilidad de que sea de ESO?
d. Sabiendo que es de bachillerato, ¿cuál es la probabilidad de que vaya en bicicleta? Compáralo con a).
e. ¿Son independientes la etapa y el uso de la bicicleta? ¿Qué conclusión sacarías para el ayuntamiento?

Ejercicio 16

Ejercicio 16 – Problema: los aprobados de la PAU

En un instituto de Castilla y León, el 45 % de los alumnos de 2.º de bachillerato cursa la modalidad de Ciencias y Tecnología, el 35 % la de Humanidades y Ciencias Sociales y el 20 % la de Artes. Aprueban la PAU el 95 %, el 90 % y el 85 % de cada modalidad, respectivamente. Se elige un alumno al azar.

a. Dibuja el diagrama de árbol con todas las probabilidades.
b. Calcula la probabilidad de que apruebe la PAU.
c. Si ha aprobado, ¿cuál es la probabilidad de que sea de Artes?
d. Si ha suspendido, ¿cuál es la modalidad más probable?
e. Explica qué diferencia hay entre $P(\text{aprobar} \mid \text{Artes})$ y $P(\text{Artes} \mid \text{aprobar})$.

Ejercicio 17

Ejercicio 17 – Problema: la fiabilidad de un circuito

Una instalación eléctrica de una casa rural de Asturias tiene dos componentes que funcionan de forma independiente: A funciona con probabilidad 0,9 y B con probabilidad 0,8. Se pueden conectar en serie (la corriente pasa por los dos y falla si falla uno) o en paralelo (basta que funcione uno).

a. Calcula la probabilidad de que funcione el circuito en serie.
b. Calcula la probabilidad de que funcione el circuito en paralelo.

c. ¿Qué montaje es más fiable? Explícalo.
d. Se añade en paralelo un tercer componente C, con probabilidad 0,7, al montaje en paralelo. Calcula la nueva fiabilidad.
e. ¿Cuántos componentes como A en paralelo harían falta para superar una fiabilidad de 0,9999?

Ejercicio 18

Ejercicio 18 – Problema: el cumpleaños compartido

En una clase de bachillerato de Logroño hay 25 alumnos. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos dos celebren el cumpleaños el mismo día? Se suponen años de 365 días, todos igual de probables, y fechas independientes.

a. Calcula la probabilidad de que dos alumnos concretos cumplan años el mismo día.
b. Escribe la probabilidad de que los 25 cumplan años en días distintos como un producto.
c. Calcula la probabilidad de que al menos dos coincidan.
d. ¿Te sorprende el resultado? ¿Por qué la intuición falla?

Ejercicio 19

Ejercicio 19 – Problema: el concurso de las tres puertas

En un concurso de televisión hay tres puertas; detrás de una hay un coche y detrás de las otras dos, nada. La concursante elige una puerta. El presentador, que sabe dónde está el coche, abre una de las otras dos puertas que esté vacía y le ofrece cambiar su elección.

a. ¿Cuál es la probabilidad de ganar si la concursante no cambia?
b. Supón que la concursante elige la puerta 1 y el presentador abre la 3. Usa el teorema de Bayes para calcular la probabilidad de que el coche esté en la 2.
c. ¿Le conviene cambiar?
d. Comprueba el resultado contando los casos posibles.

Ejercicio 20

Ejercicio 20 – Desafío: tres sucesos

Para ir más allá. Para tres sucesos se cumple $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$.

a. Justifica la fórmula con un diagrama de Venn.
b. Tres alarmas independientes funcionan con probabilidades 0,9, 0,8 y 0,7. Calcula con la fórmula la probabilidad de que suene al menos una.
c. Calcula lo mismo con el complementario y comprueba.

d. Demuestra que si A y B son independientes, también lo son A y .