Examen - Límites, continuidad y derivadas: repaso

Curso: 2 Bachillerato Ciencias · Duración: 60 minutos · /20

Nombre:	Fecha:	**Nota: /20**

Ejercicio	1	2	3	4	5	Total
puntos	4	4	4	4	4	**20**
Nota						

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

Ejercicio 1 (4 puntos)

Ejercicio 1 – Cálculo de límites

Calcula los siguientes límites, indicando el tipo de indeterminación.

a. $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{4x^3 - x}{2x^3 + 5}$ (0,5 puntos)

b. $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1}$ (1 punto)

c. $\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^2 + 2x} - x\right)$ (1,25 puntos)

d. $\lim_{x\to+\infty} \left(\dfrac{x+2}{x+1}\right)^{2x}$ (1,25 puntos)

Ejercicio 2 (4 puntos)

Ejercicio 2 – Asíntotas

Se considera $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x}{x - 3}$.

a. Halla las asíntotas verticales y estudia los límites laterales. (1,5 puntos)
b. Halla la asíntota oblicua. (1,5 puntos)
c. Estudia la posición de la gráfica respecto de la asíntota oblicua. (1 punto)

Ejercicio 3 (4 puntos)

Ejercicio 3 – Continuidad con parámetros

Se considera $f(x) = \{x^2 + a \quad \text{si } x2.$

a. Halla a y b para que f sea continua en $\mathbb{R}$. (2,5 puntos)

b. Con esos valores, calcula $f(-1)$, $f(1)$ y $f(4)$. (0,75 puntos)
c. ¿Tiene f asíntota horizontal? (0,75 puntos)

Ejercicio 4 (4 puntos)

Ejercicio 4 – Teorema de Bolzano

Se considera la ecuación $x^3 - 3x + 1 = 0$.

a. Enuncia el teorema de Bolzano. (1 punto)
b. Demuestra que la ecuación tiene al menos tres soluciones reales y sitúalas en intervalos de longitud 1. (2 puntos)
c. ¿Puede tener más de tres? Razona. (1 punto)

Ejercicio 5 (4 puntos)

Ejercicio 5 – Problema: aprender a mecanografiar

En una academia de Valladolid, el número de palabras por minuto que escribe un alumno después de t semanas de curso es $P(t) = \dfrac{50(t+2)}{t+10}$.

a. ¿Cuántas palabras por minuto escribe al empezar? ¿Y después de 6 semanas? (1 punto)
b. ¿Cuántas semanas necesita para llegar a 30 palabras por minuto? (1 punto)
c. Calcula $\lim_{t \to +\infty} P(t)$ e interprétalo. (1 punto)
d. Un anuncio de la academia promete «60 palabras por minuto». ¿Es posible según el modelo? (1 punto)