# Soluciones del examen - Determinantes

Curso: 2 Bachillerato Ciencias · Duración: 60 minutos · /20

## Solución del ejercicio 1 (4 puntos)

a. Directos: $2 \cdot 0 \cdot 1 + (-1) \cdot 4 \cdot (-2) + 3 \cdot 1 \cdot 5 = 0 + 8 + 15 = 23$. Inversos: $3 \cdot 0 \cdot (-2) + 2 \cdot 4 \cdot 5 + (-1) \cdot 1 \cdot 1 = 0 + 40 - 1 = 39$. Determinante $= 23 - 39 = -16$. Sarrus suma los productos de la diagonal principal y sus paralelas y resta los de la diagonal secundaria y sus paralelas. (1,5 puntos)

b. Es triangular: el determinante es el producto de la diagonal, $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$. Bajo la diagonal todos los elementos son cero; desarrollando sucesivamente por la primera columna se llega al mismo producto. (0,5 puntos)

c. $|B| = 2^3 |A^t| = 8 \cdot (-2) = -16$ (1 punto). $|B^{-1}| = 1/|B| = -\frac{1}{16}$ (1 punto). Propiedades usadas: $|kA| = k^n |A|$ con $n = 3$, $|A^t| = |A|$ y $|M^{-1}| = \frac{1}{|M|}$. Como $|B| \neq 0$, $B$ es invertible.

## Solución del ejercicio 2 (4 puntos)

a. Desarrollando por la primera fila: $|A| = 1 \cdot (1 - a) - 1 \cdot (a - 0) = 1 - 2a$. Es invertible si $a \neq \frac{1}{2}$. Los menores son [redacted] y [redacted]. Con $a = \frac{1}{2}$ el determinante se anula y no hay inversa. (1 punto)

b. Con $a = 2$, $|A| = -3$ y [redacted]. Entonces [redacted]. Con $a = 2$, [redacted]. Cada adjunto es $(-1)^{i+j}$ por su menor; por ejemplo, $A_{11} = 1 \cdot 1 - 1 \cdot 2 = -1$. (2 puntos)

c. [redacted]. Por ejemplo, el elemento (1,1) del producto es $1 \cdot \frac{1}{3} + 1 \cdot \frac{2}{3} + 0 = 1$ y el (1,2) es $\frac{1}{3} - \frac{1}{3} + 0 = 0$. (1 punto)

## Solución del ejercicio 3 (4 puntos)

El menor [redacted] no sirve; se toma [redacted] (columnas 1 y 3). El rango es al menos 2 (1 punto).

Se orla con la tercera fila y las columnas 2 o 4. Con las columnas 1, 2, 3:

(1 punto).

Con las columnas 1, 3, 4: (1 punto). Si

$a \neq 4$ el rango es 3; si $a = 4$ el rango es 2 (1 punto).

## Solución del ejercicio 4 (4 puntos)

Se suman las tres columnas a la primera: todos los elementos de la primera columna pasan a valer $x + 3$ (1 punto).

Se saca factor común $x + 3$ y se hacen ceros restando la primera fila a las otras dos:

queda (2 puntos).

Las soluciones son $x = 0$ (doble) y $x = -3$ (1 punto).

Comprobación: con $x = 0$ todos los elementos valen 1 y el determinante es nulo; con $x = -3$ cada fila suma 0, así que las columnas son dependientes.

## Solución del ejercicio 5 (4 puntos)

a. . Área

$= \frac{1}{2} \cdot 9\,600 = 4\,800$ m$^2$. El área es la mitad del valor absoluto del determinante formado por las coordenadas de los vértices y una columna de unos; desarrollando por la primera fila solo queda el término del 1. (1 punto)

b. Quedan $0{,}8 \cdot 4\,800 = 3\,840$ m$^2$ de huerto. El invernadero ocupa $0{,}2 \cdot 4\,800 = 960$ m². (1 punto)

c. . Por Sarrus: directos $10\,800 + 2\,400 + 40k = 13\,200 + 40k$;

inversos $7\,200 + 120k + 1\,200 = 8\,400 + 120k$. Igualando:
$13\,200 + 40k = 8\,400 + 120k$, $80k = 4\,800$, $k = 60$. Comprobación: la recta $BC$ tiene pendiente $\frac{90-30}{40-120} = -\frac{3}{4}$ y en $x = 80$ da
$y = 30 - \frac{3}{4}(80 - 120) = 30 + 30 = 60$. (1,5 puntos)

d. $BC = \sqrt{80^2 + 60^2} = \sqrt{10\,000} = 100$ m. Valla: $100 \cdot 15 = 1\,500$ €. Se usa la

distancia entre dos puntos con .