Examen - Derivabilidad

Curso: 2 Bachillerato Ciencias · Duración: 60 minutos · /20

Nombre:	Fecha:	**Nota: /20**

Ejercicio	1	2	3	4	5	Total
puntos	4	4	4	4	4	**20**
Nota						

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

Ejercicio 1 (4 puntos)

Ejercicio 1 – Derivabilidad con parámetros

Se considera $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax & \text{si } x \leq 2 \\ bx + c & \text{si } x > 2 \end{cases}$.

a. Halla a, b y c para que f sea derivable en $\mathbb{R}$ y su gráfica pase por $(1, 0)$. (3 puntos)
b. Escribe $f'(x)$ con esos valores. (1 punto)

Ejercicio 2 (4 puntos)

Ejercicio 2 – Rectas tangentes

Se considera $f(x) = xe^x$.

a. Halla la recta tangente y la recta normal en $x = 0$. (2 puntos)
b. Halla el punto en que la tangente es horizontal. (1 punto)
c. Calcula el ángulo que forma con el eje X la tangente en $x = 0$. (1 punto)

Ejercicio 3 (4 puntos)

Ejercicio 3 – Regla de L'Hôpital

Calcula los límites siguientes.

a. $\lim_{x \to 0} \dfrac{1 - \cos x}{x^2}$ (1,5 puntos)
b. $\lim_{x \to +\infty} x^2 e^{-x}$ (1,5 puntos)
c. $\lim_{x \to 1} \dfrac{\ln x}{x - 1}$ (1 punto)

Ejercicio 4 (4 puntos)

Ejercicio 4 – Rolle y valor medio

Responde a las dos cuestiones.

a. Comprueba que $f(x) = x^3 - 3x$ cumple el teorema de Rolle en $[0, \sqrt{3}]$ y halla el punto c. (2 puntos)
b. Aplica el teorema del valor medio a $g(x) = \sqrt{x}$ en $[1, 4]$ y halla el punto c. (2 puntos)

Ejercicio 5 (4 puntos)

Ejercicio 5 – Problema: el cohete de agua

En la feria de la ciencia de un instituto de Valencia se lanza un cohete de agua desde una terraza. Su altura en metros a los t segundos es $h(t) = -5t^2 + 20t + 25$.

a. ¿Desde qué altura se lanza? ¿Cuál es la velocidad inicial? (1 punto)
b. ¿En qué instante alcanza la altura máxima y cuánto vale? (1 punto)
c. ¿Cuándo llega al suelo y a qué velocidad? (1,5 puntos)
d. Calcula la velocidad media durante todo el vuelo. (0,5 puntos)