Ejercicios - Sistemas de ecuaciones

Curso: 2 Bachillerato Ccss · 20

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

Ejercicio 1

Ejercicio 1 – ¿Es solución del sistema?

Considera el sistema .

a. Comprueba si $(1, 2, 3)$ es solución.
b. Comprueba si $(2, 1, 3)$ es solución.
c. Escribe la matriz de coeficientes y la matriz ampliada.

Ejercicio 2

Ejercicio 2 – Método de Gauss: sistema compatible determinado

Resuelve por el método de Gauss el sistema .

a. Escribe la matriz ampliada.
b. Haz ceros debajo del primer elemento.
c. Haz cero debajo del segundo elemento y resuelve.
d. Clasifica el sistema.

Ejercicio 3

Ejercicio 3 – Sistema compatible indeterminado

Resuelve el sistema .

a. Aplica el método de Gauss.
b. Clasifica el sistema.
c. Escribe la solución general con un parámetro.
d. Da dos soluciones particulares.

Ejercicio 4

Ejercicio 4 – Sistema incompatible

Estudia el sistema  .

a. Aplica el método de Gauss.
b. Clasifica el sistema.
c. Observa la relación entre las ecuaciones y explica el resultado sin cálculos.

Ejercicio 5

Ejercicio 5 – Resolver con la matriz inversa

Sea el sistema $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$.

a. Escríbelo en forma matricial $AX = B$.
b. Calcula $|A|$ y A^{-1}.
c. Resuelve el sistema como $X = A^{-1}B$.
d. Comprueba la solución.

Ejercicio 6

Ejercicio 6 – Discusión con un parámetro

Discute según los valores de k el sistema  .

a. Aplica Gauss restando la primera ecuación a las otras dos.
b. Discute el sistema según k.
c. Resuélvelo para $k = 3$.

Ejercicio 7

Ejercicio 7 – La tienda de deportes

En una tienda de deportes de Logroño, una camiseta, un pantalón y unas zapatillas cuestan en total 100 €. Tres camisetas y dos pantalones cuestan 95 €. Las zapatillas cuestan 20 € menos que el doble de lo que cuestan juntos la camiseta y el pantalón.

a. Define las incógnitas y plantea el sistema.
b. Resuélvelo por Gauss.
c. Comprueba la solución con el enunciado.

Ejercicio 8

Ejercicio 8 – La mezcla de frutos secos

Un comercio de Reus prepara 10 kg de una mezcla de almendras (12 €/kg), nueces (15 €/kg) y avellanas (10 €/kg) que vende a 11,80 €/kg sin ganar ni perder. Quiere que la cantidad de avellanas sea el doble que la de nueces.

a. Plantea un sistema con las cantidades a, n y h en kilos.
b. Resuélvelo.
c. ¿Cuánto cuesta preparar la mezcla?

Ejercicio 9

Ejercicio 9 – Las entradas del cine

Un cine de Oviedo vende entradas de adulto a 8 €, infantiles a 5 € y de jubilado a 4 €. En una sesión vendió 200 entradas y recaudó 1 240 €. El número de entradas de adulto fue igual a la suma de las otras dos.

a. Plantea el sistema.
b. Resuélvelo.
c. ¿Qué porcentaje de la recaudación procede de las entradas de adulto?

Ejercicio 10

Ejercicio 10 – Las edades de una familia

Las edades de un padre, una madre y su hija suman 90 años. El padre tiene 3 años más que la madre, y la suma de las edades de los padres es cinco veces la edad de la hija.

a. Plantea el sistema.
b. Resuélvelo.
c. ¿Dentro de cuántos años la suma de las edades de los padres será el triple de la de la hija?

Ejercicio 11

Ejercicio 11 – Tres productos de ahorro

Una familia reparte 20 000 € entre tres productos de ahorro con intereses anuales del 3 %, 4 % y 5 %. Al cabo de un año obtiene 840 € de intereses. La cantidad invertida al 4 % es igual a la suma de las otras dos.

a. Plantea el sistema en miles de euros.
b. Resuélvelo.
c. Si todo se hubiera invertido al 4 %, ¿cuántos intereses habría obtenido?

Ejercicio 12

Ejercicio 12 – Las tartas de la pastelería

Una pastelería de Tolosa prepara tartas de queso (x), de chocolate (y) y de manzana (z). La tabla indica los kilos de harina y de azúcar y las docenas de huevos que necesita cada tarta. Hoy ha gastado exactamente 23 kg de harina, 18 kg de azúcar y 27 docenas de huevos.

	Queso	Chocolate	Manzana
Harina (kg)	1	2	3
Azúcar (kg)	2	3	1
Huevos (docenas)	4	3	2

a. Plantea el sistema.
b. Resuélvelo por Gauss.
c. Si cada tarta se vende a 20 €, ¿cuánto ingresa?

Ejercicio 13

Ejercicio 13 – Los ramos de flores

Una floristería de Sevilla prepara un ramo de 10 flores con margaritas (1 €), tulipanes (2 €) y rosas (3 €) y quiere que cueste exactamente 20 €.

a. Plantea el sistema y clasifícalo.
b. Escribe la solución general.
c. ¿Cuántos ramos distintos son posibles con números naturales?
d. Si además el ramo debe llevar al menos 3 rosas y al menos 2 tulipanes, ¿qué ramos quedan?

Ejercicio 14

Ejercicio 14 – Tres cafeterías y un dato dudoso

Una cadena de cafeterías anota las ventas de café (x), té (y) y zumo (z), en cientos de unidades, en tres locales. Los datos de ventas y de ingresos llevan a tres ecuaciones: $x + y + z = 4$ para el primer local, $x + 2y + 3z = 9$ para el segundo y $2x + 3y + 4z = a$ para el tercero, donde a es un dato que el encargado no recuerda bien. Las tres ecuaciones forman un sistema con el parámetro a.

a. Escribe el sistema y comprueba que la tercera fila de coeficientes es la suma de las otras dos.
b. Discute el sistema según los valores de a.
c. Para el valor de a en que tiene solución, resuélvelo.
d. ¿Qué indica que el sistema no sea determinado aunque haya tres ecuaciones?

Ejercicio 15

Ejercicio 15 – Problema: la venta para el viaje de estudios

La asociación de estudiantes de un instituto de Huelva vende camisetas a 10 €,

sudaderas a 25 € y tazas a 6 € para pagar el viaje de estudios. En total ha vendido 150 artículos y ha ingresado 1 780 €. Además, ha vendido el doble de tazas que de sudaderas. Cada camiseta le cuesta 6 €, cada sudadera 15 € y cada taza 3 €.

a. Plantea un sistema de tres ecuaciones.
b. Resuélvelo e interpreta la solución.
c. Calcula el beneficio obtenido con cada producto y el beneficio total.
d. Si el viaje cuesta 900 €, ¿cuántas sudaderas más tendrían que haber vendido para cubrirlo?
e. ¿Qué producto conviene promocionar? Justifícalo.

Ejercicio 16

Ejercicio 16 – Problema: el menú equilibrado

Una nutricionista diseña un plato con tres alimentos, A, B y C. La tabla da los gramos de proteínas, grasas e hidratos de carbono que aporta cada ración de 100 g. Quiere que el plato aporte exactamente 75 g de proteínas, 44 g de grasas y 140 g de hidratos.

Por ración de 100 g	A	B	C
Proteínas (g)	10	20	5
Grasas (g)	5	2	10
Hidratos (g)	30	10	20

a. Plantea el sistema llamando x, y y z a las raciones de cada alimento.
b. Simplifica las ecuaciones que lo permitan.
c. Resuelve el sistema.
d. ¿Cuántos gramos de cada alimento lleva el plato?
e. Si la nutricionista pidiera 50 g de grasas en lugar de 44, ¿seguiría teniendo solución el sistema? Razónalo sin resolverlo.

Ejercicio 17

Ejercicio 17 – Problema: el tráfico en el centro de la ciudad

El ayuntamiento de Valladolid estudia el tráfico de tres calles de un solo sentido del centro, que forman un triángulo con los cruces A, B y C. En hora punta entran al cruce A 400 coches por hora, que se reparten entre la calle x (de A a B) y la calle y (de A a C). Al cruce B llegan los x coches de A y 100 más por otra calle; de B salen 200 coches por hora hacia fuera y z por la calle que va de B a C. Del cruce C salen 300 coches por hora. En cada cruce entran tantos coches como salen.

a. Plantea las ecuaciones de los cruces A, B y C.
b. Clasifica el sistema.
c. Escribe la solución general en función de $z = \lambda$.
d. ¿Entre qué valores puede variar λ para que ningún flujo sea negativo?
e. Si se cortara la calle de B a C por obras, ¿cuántos coches circularían por las otras dos calles? ¿Es razonable?

Ejercicio 18

Ejercicio 18 – Problema: las cuentas del restaurante

En un restaurante de Santander, tres mesas han pedido menús del día (x €), postres especiales (y €) y cafés (z €). La tabla recoge lo que ha pedido y pagado cada mesa. El dueño sospecha que el camarero ha cobrado mal una cuarta mesa.

Mesa	Menús	Postres	Cafés	Pagado
1	3	2	3	50 €
2	2	3	1	38 €
3	4	1	2	56 €

a. Plantea el sistema.
b. Resuélvelo por Gauss y da el precio de cada producto.
c. Una cuarta mesa ha tomado 5 menús, 2 postres y 4 cafés y ha pagado 80 €. ¿Se le ha cobrado bien?
d. ¿Cuánto costaría una comida para una familia con 4 menús, 4 postres y 2 cafés?

Ejercicio 19

Ejercicio 19 – Problema: discusión completa con dos parámetros

Una empresa de piensos mezcla tres ingredientes en cantidades x, y, z. Las condiciones de la receta llevan al sistema [redacted], donde a es el contenido de fibra del tercer ingrediente y b la fibra total exigida.

a. Calcula el determinante de la matriz de coeficientes en función de a.
b. Discute el sistema según los valores de a y b.
c. Resuelve el sistema para $a = 5$ y $b = 23$.
d. Resuelve el sistema para $a = 4$ y $b = 20$ y da una solución con todas las cantidades positivas.
e. ¿Qué le dirías a la empresa si $a = 4$ y exige $b = 21$?

Ejercicio 20

Ejercicio 20 – Desafío: la parábola que pasa por tres puntos

El número de visitas (en miles) que recibe la web de una academia en las semanas -1, 1 y 2 (la semana 0 es la del inicio de una campaña) fue de 6, 4 y 9. Se busca un modelo $V(t) = at^2 + bt + c$ que pase por esos tres puntos.

a. Plantea el sistema que deben cumplir a, b y c.
b. Resuélvelo.
c. Usa el modelo para estimar las visitas de la semana 3.
d. En la semana 4 se registraron 30 000 visitas. ¿Sigue valiendo el modelo? ¿Qué

ocurre si se añade ese dato como cuarta ecuación?