Soluciones del examen - Probabilidad

Curso: 2 Bachillerato Ccss · Duración: 90 minutos · /20

Solución del ejercicio 1 (4 puntos)

a. Despejamos de la fórmula de la unión, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$: $P(A \cap B) = 0{,}4 + 0{,}5 - 0{,}7 = 0{,}2$. Este valor es menor que $P(A)$ y que $P(B)$, como debe ser para una intersección. (1 punto)

b. Por la definición de probabilidad condicionada: $P(A|B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{0{,}2}{0{,}5} = 0{,}4$. Saber que ha ocurrido B no modifica la probabilidad de A. (1 punto)

c. Sí son independientes: $P(A)P(B) = 0{,}4 \cdot 0{,}5 = 0{,}2 = P(A \cap B)$. También se ve en que $P(A|B) = 0{,}4 = P(A)$. (1 punto)

d. Por De Morgan, , así que $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0{,}7 = 0{,}3$. Es la probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos sucesos. (1 punto)

Solución del ejercicio 2 (4 puntos)

a. Menores de 25: 135 sí y $180 - 135 = 45$ no. De 25 o más: 72 sí y $120 - 72 = 48$ no. Totales: $135 + 72 = 207$ sí, $45 + 48 = 93$ no, y 300 en total. (1 punto)

b. Por Laplace: $P(\text{sí}) = \dfrac{207}{300} = 0{,}69$. Son 207 casos favorables entre 300 posibles. (1 punto)

c. Condicionamos a los 207 que quieren volver: $P(\text{menor de 25}|\text{sí}) = \dfrac{135}{207} = \dfrac{15}{23} \approx 0{,}6522$. (1 punto)

d. No son independientes: $P(\text{sí}|\text{menor de 25}) = \dfrac{135}{180} = 0{,}75$ y $P(\text{sí}|\text{25 o más}) = \dfrac{72}{120} = 0{,}6$, ambas distintas de $P(\text{sí}) = 0{,}69$. Los jóvenes quieren volver más. (1 punto)

Solución del ejercicio 3 (4 puntos)

a. Teorema de la probabilidad total, con las ramas autobús (0,6) y metro (0,4): $P(P) = 0{,}6 \cdot 0{,}7 + 0{,}4 \cdot 0{,}9 = 0{,}42 + 0{,}36 = 0{,}78$. Es decir, el 78 % de los días llega puntual. (1,5 puntos)

b. Teorema de Bayes: $P(M|P) = \dfrac{P(M \cap P)}{P(P)} = \dfrac{0{,}36}{0{,}78} = \dfrac{6}{13} \approx 0{,}4615$. El numerador es la rama «metro y puntual»: $0{,}4 \cdot 0{,}9 = 0{,}36$. (1,5 puntos)

c. Llega tarde con probabilidad $P(\bar{P}) = 1 - 0{,}78 = 0{,}22$. Los días en autobús con

retraso son $0{,}6 \cdot 0{,}3 = 0{,}18$. Por Bayes, $P(A|\bar{P}) = \dfrac{0{,}18}{0{,}22} = \dfrac{9}{11} \approx 0{,}8182$: la mayoría de los retrasos ocurren en autobús. (1 punto)

Solución del ejercicio 4 (3 puntos)

a. Sin reemplazamiento, la primera de fresa tiene probabilidad $\dfrac{4}{10}$ y, quedando 3 de 9, la segunda $\dfrac{3}{9}$: $P(FF) = \dfrac{4}{10} \cdot \dfrac{3}{9} = \dfrac{12}{90} = \dfrac{2}{15}$. Se multiplican las probabilidades a lo largo de las ramas del árbol. (1 punto)

b. Hay dos caminos con sabores distintos, FL y LF: $\dfrac{4}{10} \cdot \dfrac{6}{9} + \dfrac{6}{10} \cdot \dfrac{4}{9} = \dfrac{24}{90} + \dfrac{24}{90} = \dfrac{48}{90} = \dfrac{8}{15}$. Error frecuente: contar solo el orden FL y olvidar LF. (1 punto)

c. «Al menos uno de limón» es el contrario de «los dos de fresa»: $1 - \dfrac{2}{15} = \dfrac{13}{15} \approx 0{,}867$. Comprobación: $P(LL) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} = \frac{5}{15}$ y $\frac{2}{15} + \frac{8}{15} + \frac{5}{15} = 1$. (1 punto)

Solución del ejercicio 5 (5 puntos)

a. Primer nivel: mañana $0{,}45$, tarde $0{,}35$, noche $0{,}20$. Segundo nivel: defectuosa $0{,}02$, $0{,}03$ y $0{,}05$. (1 punto)

b. $P(D) = 0{,}45 \cdot 0{,}02 + 0{,}35 \cdot 0{,}03 + 0{,}2 \cdot 0{,}05 = 0{,}009 + 0{,}0105 + 0{,}01 = 0{,}0295$. (1 punto)

c. Mañana: $\dfrac{0{,}009}{0{,}0295} \approx 0{,}3051$; tarde: $\dfrac{0{,}0105}{0{,}0295} \approx 0{,}3559$; noche: $\dfrac{0{,}01}{0{,}0295} \approx 0{,}3390$. (1,5 puntos)

d. $P(\bar{D}) = 0{,}9705$; $P(\text{mañana}|\bar{D}) = \dfrac{0{,}45 \cdot 0{,}98}{0{,}9705} = \dfrac{0{,}441}{0{,}9705} \approx 0{,}4544$. (1 punto)

e. El de noche: produce solo el 20 % de las piezas pero tiene la tasa de defectos más alta (5 %), y genera casi un tercio de las defectuosas. El de tarde aporta algo más de defectuosas en total, pero porque fabrica más. (0,5 puntos)