Ejercicios - Probabilidad

Curso: 2 Bachillerato Ccss · 20

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

Ejercicio 1

Ejercicio 1 – Sucesos con un dado

Se lanza un dado equilibrado de seis caras. Se consideran los sucesos A: «salir par» y B: «salir mayor que 4».

a. Escribe el espacio muestral y los sucesos A y B.
b. Escribe $A \cup B$ y $A \cap B$ y calcula sus probabilidades.
c. Calcula $P(\bar{A})$.
d. Calcula $P(A \cap \bar{B})$ y explica qué significa.

Ejercicio 2

Ejercicio 2 – Propiedades de la probabilidad

De dos sucesos A y B se sabe que $P(A) = 0{,}5$, $P(B) = 0{,}4$ y $P(A \cap B) = 0{,}2$.

a. Calcula $P(A \cup B)$.
b. Calcula $P(\bar{A} \cap \bar{B})$ usando las leyes de De Morgan.
c. Calcula $P(A \cap \bar{B})$.
d. Calcula $P(\bar{A} \cup \bar{B})$.

Ejercicio 3

Ejercicio 3 – Probabilidad condicionada e independencia

Con los datos del ejercicio anterior, $P(A) = 0{,}5$, $P(B) = 0{,}4$ y $P(A \cap B) = 0{,}2$:

a. Calcula $P(A|B)$.
b. Calcula $P(B|A)$.
c. ¿Son A y B independientes? Justifícalo de dos formas.

Ejercicio 4

Ejercicio 4 – Extracciones de una urna

Una urna contiene 5 bolas rojas y 3 azules. Se extraen dos bolas sin reemplazamiento.

a. Dibuja el diagrama de árbol y calcula la probabilidad de que las dos sean rojas.
b. Calcula la probabilidad de que las dos sean del mismo color.

c. Calcula la probabilidad de obtener al menos una azul.
d. ¿Cuál sería la probabilidad de dos rojas si la extracción fuera con reemplazamiento?

Ejercicio 5

Ejercicio 5 – Sucesos independientes

Dos sucesos independientes cumplen $P(A) = 0{,}3$ y $P(B) = 0{,}6$.

a. Calcula $P(A \cap B)$.
b. Calcula $P(A \cup B)$.
c. Calcula la probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos y comprueba el resultado de dos maneras.
d. Calcula la probabilidad de que ocurra exactamente uno.

Ejercicio 6

Ejercicio 6 – Dos exámenes seguidos

La probabilidad de que un alumno apruebe el primer examen de una asignatura es $0{,}7$. Si aprueba el primero, aprueba el segundo con probabilidad $0{,}8$; si suspende el primero, aprueba el segundo con probabilidad $0{,}5$.

a. Dibuja el diagrama de árbol.
b. Calcula la probabilidad de aprobar los dos.
c. Calcula la probabilidad de aprobar el segundo.
d. Si ha aprobado el segundo, ¿qué probabilidad hay de que aprobara el primero?

Ejercicio 7

Ejercicio 7 – El deporte en un instituto de Zaragoza

En un instituto de Zaragoza se pregunta a 400 alumnos de Bachillerato si practican deporte al menos tres días por semana. Los resultados se recogen en la tabla de contingencia.

	Practica deporte	No practica	Total
Chicas	120	80	
Chicos	150	50	
Total			400

a. Completa los totales de la tabla.
b. Calcula la probabilidad de que un alumno elegido al azar practique deporte.
c. Calcula la probabilidad de que sea chica y practique deporte.
d. Si es chica, ¿qué probabilidad hay de que practique deporte? Y si practica deporte, ¿qué probabilidad hay de que sea chica?
e. ¿Son independientes los sucesos «ser chica» y «practicar deporte»?

Ejercicio 8

Ejercicio 8 – Formas de pago en el supermercado

En un supermercado de Alicante el 60 % de los clientes paga con tarjeta, el 30 % en efectivo y el 10 % con el móvil. Superan los 50 € de compra el 40 % de los que pagan con tarjeta, el 10 % de los que pagan en efectivo y el 20 % de los que pagan con el móvil.

a. Dibuja el diagrama de árbol.
b. ¿Qué porcentaje de compras supera los 50 €?
c. Si una compra supera los 50 €, ¿qué probabilidad hay de que se haya pagado con tarjeta?
d. Y de que se haya pagado con el móvil.

Ejercicio 9

Ejercicio 9 – Una prueba diagnóstica

Una enfermedad afecta al 2 % de la población. Una prueba la detecta en el 95 % de los enfermos, pero da positivo también en el 4 % de las personas sanas.

a. Calcula la probabilidad de que una persona elegida al azar dé positivo.
b. Si una persona da positivo, ¿qué probabilidad hay de que esté enferma?
c. Si da negativo, ¿qué probabilidad hay de que esté sana?
d. Comenta el resultado del apartado b.

Ejercicio 10

Ejercicio 10 – Tres fábricas de móviles

Una marca de móviles monta sus aparatos en tres fábricas: A produce el 50 %, B el 30 % y C el 20 %. Son defectuosos el 1 % de los móviles de A, el 2 % de los de B y el 3 % de los de C.

a. Calcula la probabilidad de que un móvil sea defectuoso.
b. Un cliente devuelve un móvil defectuoso. Calcula la probabilidad de que venga de cada fábrica.
c. ¿De qué fábrica es más probable que proceda? Comenta el resultado.

Ejercicio 11

Ejercicio 11 – ¿Cómo vas al instituto?

Los alumnos de un instituto de Granada van a clase en autobús (40 %), en bicicleta (35 %) o andando (25 %). Llegan tarde el 15 % de los que van en autobús, el 5 % de los que van en bicicleta y el 10 % de los que van andando.

a. Calcula la probabilidad de que un alumno llegue tarde.

b. Si un alumno ha llegado tarde, ¿qué probabilidad hay de que haya venido en autobús?
c. Si un alumno ha llegado puntual, ¿qué probabilidad hay de que haya venido en bicicleta?

Ejercicio 12

Ejercicio 12 – La baraja española

Se extrae una carta al azar de una baraja española de 40 cartas (cuatro palos: oros, copas, espadas y bastos; en cada palo, del 1 al 7, sota, caballo y rey). Sean O: «salir oros» y F: «salir figura» (sota, caballo o rey).

a. Calcula $P(O)$ y $P(F)$.
b. Calcula $P(O \cap F)$ y $P(O \cup F)$.
c. Calcula $P(O|F)$.
d. ¿Son independientes O y F? Interpreta el resultado.

Ejercicio 13

Ejercicio 13 – ¿Cómo lees las noticias?

Según un estudio sobre una ciudad española, el 55 % de los adultos lee prensa digital, el 30 % lee prensa en papel y el 15 % lee las dos.

a. ¿Qué porcentaje lee al menos un tipo de prensa?
b. ¿Qué porcentaje no lee ninguna?
c. ¿Qué porcentaje lee solo prensa digital?
d. Entre los que leen prensa digital, ¿qué proporción lee también en papel?
e. ¿Son independientes los dos hábitos?

Ejercicio 14

Ejercicio 14 – La tanda de penaltis

Una jugadora de un equipo de fútbol de Liga F marca el 80 % de sus penaltis. En un entrenamiento lanza tres penaltis y se supone que los lanzamientos son independientes.

a. Calcula la probabilidad de que marque los tres.
b. Calcula la probabilidad de que no marque ninguno.
c. Calcula la probabilidad de que marque exactamente dos.
d. Calcula la probabilidad de que marque al menos uno.

Ejercicio 15

Ejercicio 15 – Problema: teletrabajo en una empresa de Bilbao

Una empresa de Bilbao con 500 empleados estudia cuántos teletrabajan al menos dos días por semana. Producción tiene 200 empleados, de los que teletrabajan 20; Administración tiene 180, de los que teletrabajan 108; Comercial tiene 120, de los que teletrabajan 42. La dirección quiere decidir en qué departamento conviene reforzar las herramientas digitales.

Departamento	Empleados	Teletrabajan
Producción	200	20
Administración	180	108
Comercial	120	42

a. Organiza los datos en una tabla de contingencia completa.
b. Calcula la probabilidad de que un empleado elegido al azar teletrabaje.
c. Si un empleado teletrabaja, ¿qué probabilidad hay de que sea de Administración?
d. Calcula $P(\text{teletrabaja}|\text{Comercial})$ y compárala con la del apartado b.
e. ¿Son independientes «teletrabajar» y «ser de Producción»? ¿Qué departamento depende más del teletrabajo?

Ejercicio 16

Ejercicio 16 – Problema: el filtro de correo no deseado

Una empresa de informática de Málaga prueba un filtro de correo. En su buzón, el 30 % de los correos que llegan es publicidad no deseada (spam). El filtro marca como spam el 95 % de los correos que lo son, pero también marca por error el 2 % de los correos legítimos. Los datos de la prueba se resumen en la tabla.

Tipo de correo	Proporción	Marcado como spam
Spam	30 %	95 %
Legítimo	70 %	2 %

a. Calcula la probabilidad de que un correo sea marcado como spam.
b. Si un correo ha sido marcado, ¿qué probabilidad hay de que sea realmente spam?
c. Si un correo no ha sido marcado, ¿qué probabilidad hay de que sea legítimo?
d. Calcula la probabilidad de que el filtro se equivoque con un correo cualquiera.
e. ¿Te parece un buen filtro? Justifícalo con los resultados.

Ejercicio 17

Ejercicio 17 – Problema: dos urnas y un dado

Tenemos dos urnas. La urna I contiene 3 bolas blancas y 2 negras; la urna II contiene 1 blanca y 4 negras. Se lanza un dado: si sale 1 o 2 se elige la urna I, y en otro caso la urna II. Después se extrae una bola de la urna elegida.

a. Dibuja el diagrama de árbol con todas las probabilidades.

b. Calcula la probabilidad de extraer una bola blanca.
c. Si la bola extraída es blanca, ¿qué probabilidad hay de que proceda de la urna I?
d. Si se extraen dos bolas sin reemplazamiento de la urna elegida, ¿qué probabilidad hay de que las dos sean blancas?
e. ¿Cambia mucho la respuesta del apartado c si el dado elige la urna I con 1, 2 o 3? Calcúlalo.

Ejercicio 18

Ejercicio 18 – Problema: las compras por internet

Un estudio sobre los hábitos de consumo en Andalucía divide a los adultos en tres grupos de edad. La tabla indica el peso de cada grupo en la población y el porcentaje de cada grupo que ha comprado por internet en el último mes. Una tienda de electrodomésticos quiere saber cómo será su clientela si vende solo por internet.

Edad	Población	Compra por internet
18-35 años	30 %	80 %
36-60 años	45 %	60 %
Más de 60 años	25 %	20 %

a. Calcula la probabilidad de que un adulto haya comprado por internet en el último mes.
b. Si una persona ha comprado por internet, ¿qué probabilidad hay de que tenga más de 60 años?
c. Si una persona no ha comprado por internet, ¿qué probabilidad hay de que tenga entre 18 y 35 años?
d. ¿Qué porcentaje de los compradores por internet tiene entre 36 y 60 años?
e. Redacta una recomendación para la tienda basada en los resultados.

Ejercicio 19

Ejercicio 19 – Problema: la alarma de la biblioteca

La biblioteca municipal de una ciudad gallega instala sensores de humo. Cada sensor falla (no detecta un incendio) con probabilidad $0{,}1$, de forma independiente de los demás. El técnico propone dos montajes con dos sensores: en serie, la alarma solo suena si detectan los dos; en paralelo, la alarma suena si detecta al menos uno.

a. Calcula la probabilidad de que la alarma suene ante un incendio con el montaje en serie.
b. Calcula esa probabilidad con el montaje en paralelo.
c. ¿Y con tres sensores en paralelo?
d. ¿Cuántos sensores en paralelo hacen falta para que la alarma suene con probabilidad al menos $0{,}9999$?
e. ¿Por qué los sistemas de seguridad suelen duplicar los componentes?

Ejercicio 20

Ejercicio 20 – Desafío: el problema de los cumpleaños

En una clase hay n alumnos. Suponemos que el año tiene 365 días igual de probables para nacer y que los cumpleaños son independientes. Queremos calcular la probabilidad de que al menos dos alumnos celebren el cumpleaños el mismo día.

a. Explica por qué es más sencillo calcular primero la probabilidad del suceso contrario.
b. Con $n = 5$ alumnos, calcula la probabilidad de que todos los cumpleaños sean distintos y la de que coincidan al menos dos.
c. Escribe la fórmula general para n alumnos.
d. Con ayuda de la calculadora, comprueba que con 23 alumnos la probabilidad de coincidencia ya supera el 50 %. ¿Y con 25?
e. ¿Por qué el resultado sorprende a casi todo el mundo?