Apuntes - Perímetros y áreas

Curso: 1 Eso

El perímetro mide el contorno de una figura y el área mide su superficie. Dominar las fórmulas y saber descomponer figuras es la clave del tema.

Actividad de introducción: embaldosar la terraza

La familia de Ainhoa quiere embaldosar una terraza rectangular de 5 m por 3 m en su piso de Vitoria y poner un rodapié alrededor. Para saber cuántas baldosas comprar necesitan medir la **superficie** (el área); para saber cuántos metros de rodapié hacen falta, necesitan medir el **contorno** (el perímetro). Con baldosas cuadradas de 50 cm de lado, en la terraza caben 10 baldosas a lo largo y 6 a lo ancho, es decir, 60 baldosas, y el rodapié mide 2·(5 + 3) = 16 m. Las dos medidas se calculan de forma distinta y se expresan en unidades distintas: metros para el perímetro y metros cuadrados para el área.

Perímetro y área

Definición: perímetro y área

El **perímetro** es la suma de las longitudes de los lados de una figura y se mide en unidades de longitud (m, cm). El **área** es la medida de su superficie y se expresa en unidades cuadradas (m², cm²).

Fórmulas de las figuras planas

Regla: fórmulas de áreas

Cuadrado de lado l: $A = l^2$. **Rectángulo**: $A = b \cdot h$. **Triángulo**: $A = \dfrac{b \cdot h}{2}$. **Paralelogramo**: $A = b \cdot h$. **Rombo**: $A = \dfrac{D \cdot d}{2}$. **Trapecio**: $A = \dfrac{(B + b) \cdot h}{2}$. **Polígono regular**: $A = \dfrac{P \cdot a}{2}$, con a la apotema.

Ejemplo 1

Calcula perímetro y área de un trapecio de bases 10 y 6 cm, altura 4 cm y lados oblicuos 5 cm.

Perímetro: $10 + 6 + 5 + 5 = 26$ cm. Área: $\dfrac{(10 + 6) \cdot 4}{2} = 32$ cm².

La circunferencia y el círculo

Regla: círculo

Longitud de la circunferencia: $L = 2\pi r$. **Área** del círculo: $A = \pi r^2$. Con $\pi \approx 3{,}14$.

Ejemplo 2

Calcula el área de un círculo de 5 cm de radio.

$A = \pi \cdot 5^2 = 25\pi \approx 78{,}5$ cm².

Figuras compuestas

Método: calcular el área de una figura compuesta

1. Descompón la figura en figuras sencillas (rectángulos, triángulos, círculos).
2. Calcula el área de cada una.
3. Suma las áreas (o resta si hay un hueco).

Ejemplo 3

Una pista tiene un rectángulo de 20 m por 10 m y dos semicírculos de 5 m de radio en los extremos. Calcula su área.

Rectángulo: 200 m². Los dos semicírculos forman un círculo: $\pi \cdot 5^2 \approx 78{,}5$ m². Total: $278{,}5$ m².

Calcular un dato que falta

Método: despejar un dato en una fórmula

1. Escribe la fórmula del área.
2. Sustituye los datos conocidos.
3. Despeja la incógnita.

Ejemplo 4

Un triángulo tiene área 24 cm² y base 8 cm. ¿Cuánto mide su altura?

$24 = \dfrac{8 \cdot h}{2} = 4h$, luego $h = 6$ cm.

Ejemplo 5

Un jardín rectangular de 12 m por 8 m tiene dentro un estanque circular de 2 m de radio. ¿Cuánta superficie es césped?

$12 \cdot 8 - \pi \cdot 2^2 = 96 - 12{,}57 \approx 83{,}4$ m².

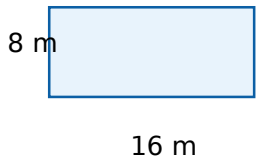
¡Atención!

La altura es perpendicular a la base, no es un lado oblicuo. No olvides las unidades cuadradas, y no confundas perímetro con área.

Problemas con áreas y perímetros

Método: resolver un problema de áreas

1. Haz un dibujo de la figura y anota las medidas.
2. Decide si hace falta el perímetro (longitud, vallas, rodapiés) o el área (superficie, pintura, césped, baldosas).
3. Descompón figuras compuestas en rectángulos, triángulos y círculos.
4. Calcula, comprobando que las unidades coinciden.
5. Responde con la unidad adecuada.



Ejemplo 6

Un salón rectangular de 16 m por 8 m se cubre con parquet a 25 € el m². ¿Cuánto cuesta?

Área = 16 · 8 = 128 m². Coste = 128 · 25 = 3 200 €.

Ejemplo 7

Una pista tiene forma de rectángulo de 20 m por 10 m con dos semicírculos de radio 5 m en los lados cortos. Calcula su área (π = 3,14).

Área del rectángulo: 20 · 10 = 200 m². Los dos semicírculos forman un círculo de radio 5: 3,14 · 25 = 78,5 m². Área total = 278,5 m².

Regla: unidades de superficie

Cada unidad de superficie es 100 veces mayor que la anterior: 1 m² = 100 dm² = 10 000 cm². Para pasar a una unidad menor, multiplica por 100 por cada escalón; para pasar a una mayor, divide. Las medidas agrarias son: 1 área = 100 m² y 1 hectárea =

10 000 m².

Dato que falta y comparaciones

Ejemplo 8

El área de un triángulo es 36 cm² y su base mide 9 cm. ¿Cuánto mide la altura?

Fórmula: A = b · h : 2. Sustituyendo: 36 = 9 · h : 2, de donde 72 = 9 · h y h = 8 cm.

Ejemplo 9

Un cuadrado y un rectángulo de 12 m por 6 m tienen el mismo perímetro. ¿Cuál tiene mayor área?

El perímetro del rectángulo es 36 m, así que el cuadrado tiene lado 9 m. Áreas: cuadrado 81 m²; rectángulo 72 m². A igual perímetro, el cuadrado tiene más área.

Regla: fórmulas del círculo

Longitud de la circunferencia: $L = 2\pi r$. Área del círculo: $A = \pi r^2$. El diámetro mide el doble del radio. Con π ≈ 3,14, un círculo de radio 5 cm tiene L = 31,4 cm y A = 78,5 cm².

Ejemplo 10

Un rombo tiene diagonales de 14 cm y 9 cm. Calcula su área.

El área del rombo es el producto de las diagonales dividido entre 2: 14 · 9 : 2 = 63 cm². Si quieres comprobarlo, el rombo cabe en un rectángulo de 14 por 9 cm (126 cm²) y ocupa justo la mitad.

¡Atención! Errores frecuentes

- Confundir perímetro con área o escribir cm en lugar de cm² para el área.
- Olvidar dividir entre 2 al calcular el área de un triángulo o un rombo.
- Usar el diámetro en vez del radio en la fórmula del área del círculo.
- Cambiar de unidad multiplicando por 10 en lugar de por 100 con las unidades de superficie.

¿Sabías que...?

Los antiguos egipcios medían sus campos con cuerdas porque el Nilo borraba los linderos cada año con las crecidas. De ahí viene la palabra «geometría», que significa «medida de la tierra». El número π lo aproximó Arquímedes hace más de 2 200 años y

hoy se conocen billones de sus cifras, aunque para calcular la circunferencia de la Tierra con precisión basta con unas pocas decenas.

Áreas por cuadrícula y por diferencia

No todas las figuras tienen una fórmula propia. Para calcular el área de una figura irregular hay dos estrategias muy útiles además de la descomposición: contar cuadrados en una cuadrícula y restar al área de una figura grande la de las partes que sobran. Esta última estrategia, llamada cálculo por diferencia, es la que se usa para marcos, paseos alrededor de piscinas o coronas circulares.

Método: área por diferencia

1. Dibuja la figura grande que contiene a la que buscas, por ejemplo el rectángulo exterior de un marco.
2. Calcula el área de la figura grande.
3. Calcula el área de la parte que no pertenece a la figura (el hueco del cuadro, la piscina, la isleta…).
4. Resta: área buscada = área grande − área del hueco.

Ejemplo 11

Una alfombra rectangular de 3 m por 2 m se coloca en el centro de una habitación cuadrada de 4 m de lado. ¿Qué superficie del suelo queda sin cubrir?

El área de la habitación es $4 \cdot 4 = 16$ m² y la de la alfombra, $3 \cdot 2 = 6$ m². La superficie sin cubrir es la diferencia: $16 - 6 = 10$ m². Observa que no hace falta saber dónde está exactamente la alfombra: mientras quepa dentro, el área libre es siempre la misma.

Ejemplo 12

Un cuadrado de 10 cm de lado tiene un círculo inscrito, que toca los cuatro lados. Calcula el área de las cuatro esquinas que quedan fuera del círculo (π = 3,14).

El diámetro del círculo es igual al lado del cuadrado, 10 cm, así que el radio es 5 cm. Área del cuadrado: $10^2 = 100$ cm². Área del círculo: $3{,}14 \cdot 5^2 = 78{,}5$ cm². Área de las esquinas: $100 - 78{,}5 = 21{,}5$ cm². Cada esquina mide $21{,}5 : 4 = 5{,}375$ cm².

¡Atención! Si duplicas el lado, el área no se duplica

Si el lado de un cuadrado pasa de 3 cm a 6 cm, su perímetro pasa de 12 cm a 24 cm (se duplica), pero su área pasa de 9 cm² a 36 cm²: se multiplica por 4. En general, al multiplicar todas las medidas de una figura por un número, el área queda multiplicada por ese número al cuadrado.

¿Sabías que...? Medir el campo antiguamente

En muchas zonas de España las tierras se medían con unidades tradicionales como la fanega o la aranzada, que cambiaban de una comarca a otra. Una fanega de tierra era, aproximadamente, la superficie que se podía sembrar con una fanega de grano. Hoy se usa la hectárea, que equivale a 10 000 m^2, igual en todo el mundo.

El consejo de Otto

Antes de usar la fórmula, haz un dibujo y marca los datos. Ante una figura rara, descomponla: casi siempre es rectángulo más triángulo.