Apuntes - Coordenadas, tablas y gráficas

Curso: 1 Eso

Las gráficas permiten ver cómo se relacionan dos magnitudes. En este tema aprenderás a situar puntos, a leer gráficas y a reconocer las relaciones lineales.

Actividad de introducción: el mapa del tesoro

Para esconder un tesoro en el patio del colegio, Nuria dibuja un mapa con una cuadrícula. Dice: «el tesoro está en el punto (4, 3)». Sus amigos avanzan 4 casillas hacia la derecha y 3 hacia arriba, y lo encuentran. Las dos cifras entre paréntesis son las **coordenadas** del punto. En otro juego, Nuria apunta cuánto cuesta alquilar una bicicleta según las horas: 1 hora 5 €, 2 horas 8 €, 3 horas 11 €. Con esos pares de valores puede dibujar puntos y descubrir una regla. Este tema te enseña a ubicar puntos y a leer y construir gráficas de la vida real.

Los ejes de coordenadas

Definición: coordenadas

Un **sistema de ejes cartesianos** son dos rectas perpendiculares: el **eje X** (horizontal, abscisas) y el **eje Y** (vertical, ordenadas), que se cortan en el **origen** $O(0,0)$. Cada punto se describe con un par ordenado $P(x,y)$.

Observación

Los ejes dividen el plano en cuatro **cuadrantes**. En el primero ambas coordenadas son positivas; en el segundo x e $y > 0$; en el tercero ambas negativas; en el cuarto $x > 0$ e y.

Ejemplo 1

¿En qué cuadrante están $A(3,-2)$, $B(-4,5)$ y $C(0,3)$?

A en el cuarto, B en el segundo y C está sobre el eje Y, no pertenece a ningún cuadrante.

Relaciones entre magnitudes: tablas y gráficas

Definición: función

Una **función** es una relación entre dos magnitudes en la que a cada valor de la variable independiente x le corresponde como máximo un valor de la variable dependiente y. Se puede dar con un enunciado, una **tabla**, una **gráfica** o una **fórmula**.

Método: dibujar una gráfica a partir de una tabla

1. Dibuja los ejes y elige una escala adecuada.
2. Sitúa cada par (x, y) como un punto.
3. Si tiene sentido, une los puntos.

Cómo leer una gráfica

Propiedad

En una gráfica se ve cuándo la función **crece** (sube), **decrece** (baja) o es **constante** (horizontal); también sus **máximos** y **mínimos** y sus **puntos de corte** con los ejes.

Ejemplo 2

Una gráfica sale de $(0, 0)$, sube hasta $(2, 6)$, se mantiene a 6 hasta $x = 5$ y baja hasta $(8, 0)$. Descríbela.

Crece de 0 a 2, es constante de 2 a 5, decrece de 5 a 8. El máximo vale 6 y corta al eje X en $x = 0$ y $x = 8$.

Relaciones lineales

Definición: relación lineal

Una relación es **lineal** (proporcionalidad directa) si $y = kx$: su gráfica es una recta que pasa por el origen. La constante k mide la inclinación.

Ejemplo 3

Un kilo de manzanas cuesta 2 €. Haz la tabla y la fórmula.

$y = 2x$. Tabla: $x = 1, 2, 3, 4$ y $y = 2, 4, 6, 8$. Los puntos están alineados con el origen.

Ejemplo 4

Un taxi cobra 3 € de bajada de bandera y 1,5 € por km. Escribe la fórmula y el precio de 10 km.

$y = 3 + 1{,}5x$. Para $x = 10$: $y = 18$ €. Su gráfica es una recta que no pasa por el origen.

¡Atención!

Las coordenadas van en orden: primero x, luego y. $(2, 5)$ y $(5, 2)$ son puntos distintos. Y no unas puntos si los datos no tienen sentido intermedio (personas, coches).

Funciones lineales y su fórmula

Definición: relación lineal

Una relación entre dos magnitudes es **lineal** cuando al aumentar la primera en una unidad la segunda aumenta siempre la misma cantidad. Su fórmula es $y = mx + n$, donde m es el aumento por unidad y n el valor inicial (cuando x = 0). Su gráfica es una recta. Si n = 0, la relación es de proporcionalidad directa.

Ejemplo 5

Un taller cobra 6 € de revisión y 4 € por hora. Escribe la fórmula y calcula el precio de 5 horas.

Precio = 6 + 4x. Para x = 5: 6 + 4 · 5 = 26 €.

Ejemplo 6

Escribe la tabla y la fórmula de una planta que mide 10 cm y crece 2 cm por semana.

Tabla: (0, 10), (1, 12), (2, 14), (3, 16). Fórmula: y = 10 + 2x. Es una recta que sube porque crece de forma constante.

Ejemplo 7

La gráfica de un paseo muestra: de 0 a 10 min, la distancia a casa sube de 0 a 500 m; de 10 a 20 min se mantiene en 500 m; de 20 a 30 min baja a 0. Describe el paseo y calcula la velocidad en el primer tramo.

La persona se aleja 500 m en 10 minutos, se detiene 10 minutos (tramo horizontal) y regresa a casa en otros 10 minutos. Velocidad al ir: 500 : 10 = 50 m/min. Al volver tiene la misma velocidad, pero con sentido contrario.

Método: dibujar una gráfica a partir de una tabla

1. Elige una escala adecuada para cada eje y rótulalos con la magnitud y la unidad.
2. Marca cada pareja (x, y) como un punto.
3. Si la magnitud es continua, une los puntos con una línea.
4. Pon un título y comprueba que todos los puntos son legibles.

Regla: leer una gráfica

Para interpretar una gráfica, fíjate en tres cosas: si **sube** (la magnitud aumenta), si **baja** (disminuye) o si es **horizontal** (se mantiene constante). Cuanto más inclinada es la línea, más deprisa cambia la magnitud. Los puntos más altos son los máximos y los más bajos, los mínimos.

¡Atención! Errores frecuentes

- Intercambiar las coordenadas: el punto (2, 5) no es el (5, 2).
- No empezar la escala en cero o usar escalas distintas sin avisar.
- Unir puntos de una magnitud discreta (como el número de entradas).
- Creer que una gráfica que sube siempre es de proporcionalidad directa: debe pasar por el origen.

¿Sabías que...?

Las coordenadas cartesianas se llaman así por René Descartes, un filósofo y matemático francés del siglo XVII. Cuenta la leyenda que se le ocurrió la idea al ver una mosca moverse por el techo de su habitación y pensar que se podía describir su posición con dos números. Hoy las coordenadas están en tu móvil: el GPS usa latitud y longitud para decir dónde estás.

Crecimiento, decrecimiento y tramos constantes

Una gráfica cuenta una historia. Si la leemos de izquierda a derecha, igual que un texto, podemos describir qué ocurre con la magnitud del eje vertical a medida que avanza la magnitud del eje horizontal, que casi siempre es el tiempo. Para describir una gráfica se utilizan tres palabras clave: crece, decrece y se mantiene constante.

Definición: tramos de una gráfica

Un tramo es **creciente** si, al avanzar hacia la derecha, la gráfica sube: la variable y aumenta cuando aumenta x. Es **decreciente** si la gráfica baja, y es **constante** si la gráfica es horizontal, porque y no cambia. El punto más alto de la gráfica se llama **máximo** y el más bajo, **mínimo**.

Ejemplo 8

La temperatura de un horno se mide cada 10 minutos: 20 °C al encenderlo, 120 °C a los 10 min, 180 °C a los 20 min, 180 °C a los 30 min, 180 °C a los 40 min y 100 °C a los 50 min, tras apagarlo. Describe la gráfica.

Entre 0 y 20 minutos la gráfica es creciente: el horno se calienta, primero deprisa (100 °C en 10 minutos) y luego más despacio (60 °C en 10 minutos). Entre 20 y 40 minutos es constante: el termostato mantiene 180 °C, que es el máximo. Entre 40 y 50 minutos es decreciente: el horno se ha apagado y pierde 80 °C. El mínimo de la gráfica es la temperatura inicial, 20 °C.

Observación: la inclinación indica la rapidez

Cuanto más inclinado es un tramo, más rápido cambia la magnitud. En una gráfica de distancia y tiempo, un tramo muy empinado significa que la persona va deprisa, y un

tramo poco inclinado, que va despacio. Si dos tramos rectos tienen la misma inclinación, la velocidad es la misma en los dos.

¡Atención! La gráfica no es el dibujo del camino

Si una gráfica de distancia a casa sube, baja y vuelve a subir, no significa que la persona suba y baje cuestas. Significa que se aleja de casa, se acerca y se vuelve a alejar. El eje vertical indica una distancia, no una altura. Lee siempre el nombre de cada eje antes de interpretar.

¿Sabías que...? Gráficas en el hospital

Los monitores de los hospitales dibujan en tiempo real gráficas de la frecuencia cardiaca, la tensión o la temperatura de los pacientes. Los médicos no leen los números uno a uno: miran la forma de la gráfica para detectar de un vistazo si algo crece o decrece demasiado deprisa.

El consejo de Otto

Para leer una gráfica, pon el dedo sobre el valor de x, sube hasta la curva y lee la y. Y comprueba siempre qué escala tiene cada eje antes de leer.