Soluciones - Divisibilidad

Curso: 1 Eso

Solución del ejercicio 1

a. 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84.
b. Divisores de 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36. Divisores de 45: 1, 3, 5, 9, 15, 45.
c. 91 : 7 = 13 exacto: sí. 91 : 9 = 10 y resto 1: no.
d. Son divisores de 60: 12, 15 y 20 (60 : 12 = 5; 60 : 15 = 4; 60 : 20 = 3). No lo son 7 ni 18.

Solución del ejercicio 2

Se aplica cada criterio: 2 (acaba en cifra par), 3 y 9 (suma de cifras múltiplo de 3 o de 9), 5 y 10 (acaba en 0 o 5 / en 0) y 11 (diferencia entre cifras en posición par e impar).

a. 480: por 2, 3, 5, 10
b. 1575: por 3, 5, 9
c. 2376: por 2, 3, 9, 11
d. 8019: por 3, 9, 11

Solución del ejercicio 3

a. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37.
b. $91 = 7 \cdot 13$, es compuesto. 97 no es divisible por 2, 3, 5 ni 7 (y $11^2 > 97$): es primo.
c. Consecutivos: 11 y 13 (también 17 y 19); gemelos: 11 y 13, o 29 y 31.
d. Todo número par mayor que 2 es divisible entre 2 y, por tanto, tiene un divisor más aparte de 1 y de sí mismo.

Solución del ejercicio 4

a. $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$
b. $294 = 2 \cdot 3 \cdot 7^2$
c. $1260 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$
d. $3575 = 5^2 \cdot 11 \cdot 13$

Solución del ejercicio 5

a. Descomponemos: $24 = 2^3 \cdot 3$ y $36 = 2^2 \cdot 3^2$. El mcd toma los factores comunes

con el menor exponente: $2^2 \cdot 3 =$ **12**. El mcm toma todos los factores con el mayor exponente: $2^3 \cdot 3^2 =$ **72**.

b. $45 = 3^2 \cdot 5$ y $75 = 3 \cdot 5^2$. mcd $= 3 \cdot 5 =$ **15**; mcm $= 3^2 \cdot 5^2 =$ **225**.
c. $12 = 2^2 \cdot 3$, $18 = 2 \cdot 3^2$, $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$. Comunes con menor exponente: $2 \cdot 3 =$ **6**. Todos con mayor exponente: $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 =$ **180**.
d. Multiplicamos: 12 · 72 = 864 y 24 · 36 = 864. Los dos productos coinciden, como afirma la propiedad **mcd · mcm = a · b** para dos números.

Solución del ejercicio 6

a. mcd(84, 126) = 42.
b. mcm(8, 12, 15) = 120.
c. Debe ser múltiplo de 30: por ejemplo 120 o 150 o 990.
d. 48 = $2^4 \cdot 3$, tiene (4 + 1)(1 + 1) = 10 divisores: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48.

Solución del ejercicio 7

a. Las baldosas cuadradas sin cortar exigen un lado que divida a 360 y a 252, y lo más grande posible: es el mcd. $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$ y $252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$, luego mcd $= 2^2 \cdot 3^2 =$ **36 cm**.
b. A lo largo caben 360 : 36 = **10 baldosas** y a lo ancho 252 : 36 = **7 baldosas**.
c. Las baldosas forman una cuadrícula de 10 filas por 7 columnas: 10 · 7 = **70 baldosas**.
d. Multiplicamos el número de baldosas por su precio: 70 · 2,40 = **168 €** cuesta el embaldosado.

Solución del ejercicio 8

a. Los autobuses vuelven a coincidir cuando pasa un tiempo que es múltiplo de 12, de 18 y de 30 a la vez; el primero es el mcm. $12 = 2^2 \cdot 3$, $18 = 2 \cdot 3^2$, $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$: mcm $= 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 =$ **180 minutos**.
b. 180 minutos son 3 horas, así que coinciden de nuevo a las 7:00 + 3 h = **10:00 h**.
c. De 7:00 a 13:00 hay 6 horas = 360 minutos. Coinciden a los 0, 180 y 360 minutos: a las 7:00, 10:00 y 13:00, es decir, **3 veces**.
d. En 360 minutos hay 360 : 12 = 30 intervalos de 12 minutos. Sumando la salida de las 7:00, el autobús A hace **31 salidas**.

Solución del ejercicio 9

a. mcd(84, 126, 210) = 42 bolsas.
b. Fresa: 84 : 42 = 2; limón: 126 : 42 = 3; naranja: 210 : 42 = 5.

c. 2 + 3 + 5 = 10 caramelos por bolsa.
d. Sí: 7 divide a 42, por ejemplo cada bolsa llevaría 12, 18 y 30 caramelos. Se pueden formar 7 bolsas, pero no serían el máximo.

Solución del ejercicio 10

a. Coinciden cuando el número de días es múltiplo de 4 y de 6: mcm(4, 6) = **12 días**.
b. Coinciden los días 12, 24, 36, 48 y 60: 60 : 12 = **5 veces**.
c. La segunda coincidencia es dentro de 24 días. Como 24 = 3 · 7 + 3, pasan 3 semanas completas y 3 días más: lunes + 3 días = **jueves**.
d. Ahora buscamos mcm(4, 6, 9). $4 = 2^2$, $6 = 2 \cdot 3$, $9 = 3^2$: mcm $= 2^2 \cdot 3^2 =$ **36 días**. Los tres coinciden dentro de 36 días.

Solución del ejercicio 11

a. Divisores de 60: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60.
b. Divisores de 48: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48.
c. Divisores comunes: 1, 2, 3, 4, 6, 12.
d. Con equipos de 12: 60 : 12 + 48 : 12 = 5 + 4 = 9 equipos.

Solución del ejercicio 12

a. Partimos de 7 · 15 = 105 y sumamos 7 cada vez: **105, 112, 119, 126, 133 y 140**.
b. Aplicamos el criterio del 3 (suma de cifras múltiplo de 3): 105 → 6 sí; 112 → 4 no; 119 → 11 no; 126 → 9 sí; 133 → 7 no; 140 → 5 no. Son **105 y 126**.
c. Las cifras de 105 suman 6 y las de 126 suman 9. El número es **126**.
d. 105 termina en 5, luego es múltiplo de 5; 126 no lo es. Con esa pista el número sería **105**. Para identificar el 126 habría bastado decir «es par», porque 105 es impar.

Solución del ejercicio 13

a. mcd(168, 144) = 24 plantas por fila.
b. 168 : 24 = 7 filas de tomateras y 144 : 24 = 6 filas de pimenteros.
c. Hay 13 filas con dos extremos: 13 · 2 · 2 = 52 m.
d. 168 = 16·10 + 8 y 144 = 14·10 + 4: sobrarían 8 y 4 plantas, es decir, no es posible sin que sobren plantas.

Solución del ejercicio 14

a. 315, 345, 375 (a = 1, 4, 7).
b. 72b: divisible entre 9 si 7 + 2 + b = 9 o 18: b = 0 o 9; entre 4 si acaba en 00, 04, 08, ... : 720 sí (20 : 4 = 5), 729 no. Solución: b = 0 (720).
c. mcm(12, 8) = 24 y resto 5: 24 + 5 = 29.
d. mcm(6, 8, 12) = 24 y resto 1: 25.

Solución del ejercicio 15

a. Divisores de 72: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72.
b. Valores entre 4 y 12 que dividen a 72: 4, 6, 8, 9, 12.
c. Mesas: 4 alumnos → 18 mesas; 6 alumnos → 12 mesas; 8 alumnos → 9 mesas; 9 alumnos → 8 mesas; 12 alumnos → 6 mesas.
d. La más barata es la de 12 alumnos por mesa: 6 mesas · 5 = 30 €.
e. Con pocos alumnos por mesa (4 por mesa, 18 mesas) las partidas son más rápidas y todos juegan más, aunque se alquilan más mesas (90 €).

Solución del ejercicio 16

a. mcm(15, 20) = 60 segundos.
b. Coinciden a los 0, 1, 2, ..., 10 minutos: 11 veces.
c. Por tercera vez: a los 2 minutos: 18:02:00 (contando la inicial como la primera).
d. mcm(15, 20, 25) = 300 segundos = 5 minutos.
e. 600 : 15 = 40 veces más la inicial: 41 veces.

Solución del ejercicio 17

a. 240 cm por 180 cm.
b. Divisores comunes de 240 y 180: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60 cm.
c. Lado 60 cm: 4 · 3 = 12 azulejos.
d. (240 : 20) · (180 : 20) = 12 · 9 = 108 azulejos; 108 · 0,85 = 91,80 €.
e. Se colocan menos piezas, hay menos juntas y se tarda menos; pero son piezas más grandes y pesadas.

Solución del ejercicio 18

a. mcd(60, 90, 150) = 30 ramos.
b. Rojos: 60 : 30 = 2; azules: 90 : 30 = 3; verdes: 150 : 30 = 5.
c. Con 10 ramos: 6 rojos, 9 azules y 15 verdes, es decir, 30 globos por ramo.
d. Los divisores de 30: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30.

Solución del ejercicio 19

a. Ana: 6, 12, 18, 24, 30, 36; Luis: 8, 16, 24, 32; Rosa: 9, 18, 27, 36.
b. Ana y Luis en el km 24; Ana y Rosa en el 18 y el 36; los tres solo en el 72, fuera de la etapa.
c. Ana 6 paradas, Luis 4 y Rosa 4.
d. mcm(6, 8, 9) = 72 km.
e. Coinciden Ana y Rosa en el 36 porque 36 es múltiplo de 6 y de 9, pero Luis no, porque 36 no es múltiplo de 8.

Solución del ejercicio 20

a. 6: $1 + 2 + 3 = 6$. 28: $1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$. Son números perfectos.
b. 220: 284; 284: 220. Son números amigos.
c. 12: $1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16 > 12$. 8: $1 + 2 + 4 = 7 < 8$.
d. Un cuadrado de un primo: 25 (1, 5, 25), 49 (1, 7, 49).