Soluciones del examen - Probabilidad

Curso: 1 Bachillerato Ciencias · Duración: 55 minutos · /20

Solución del ejercicio 1 (4 puntos)

a. Hay $6 \cdot 6 = 36$ resultados equiprobables. El producto es impar solo si los dos números son impares: $3 \cdot 3 = 9$ casos, con probabilidad $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$. Por el contrario, el producto es par con probabilidad $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

b. Contamos los casos con producto ≥ 20:
$(4,5), (5,4), (4,6), (6,4), (5,5), (5,6), (6,5), (6,6)$, que son 8. $P = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$. Los productos posibles a partir de 20 son 20, 24, 25, 30 y 36.

c. De la fórmula de la unión: $P(A \cap B) = 0{,}6 + 0{,}3 - 0{,}7 = 0{,}2$. Como $P(A)P(B) = 0{,}6 \cdot 0{,}3 = 0{,}18 \neq 0{,}2$, no son independientes.

Solución del ejercicio 2 (3 puntos)

a. Hay 9 personas y elegimos 4 sin importar el orden: $\binom{9}{4} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 126$ formas. Son combinaciones porque el orden de elección no influye.

b. Casos favorables: elegir 2 de las 5 chicas, $\binom{5}{2} = 10$, y 2 de los 4 chicos, $\binom{4}{2} = 6$; en total $10 \cdot 6 = 60$. Por Laplace, $P = \frac{60}{126} = \frac{10}{21} \approx 0{,}476$. Los casos posibles son las 126 combinaciones del apartado anterior. Casi la mitad de las veces el reparto sería equilibrado.

Solución del ejercicio 3 (4 puntos)

a. Gafas y lee: 28. Gafas y no lee: $70 - 28 = 42$. Sin gafas y lee: $40 - 28 = 12$. Sin gafas y no lee: $30 - 12 = 18$. Totales: 70 con gafas, 30 sin gafas, 40 leen, 60 no leen y 100 en total. Las cuatro casillas interiores suman $28 + 42 + 12 + 18 = 100$.

b. Al condicionar, el total pasa a ser la fila o columna conocida:
$P(\text{lee} \mid \text{gafas}) = \frac{28}{70} = 0{,}4$ y $P(\text{gafas} \mid \text{lee}) = \frac{28}{40} = 0{,}7$.

c. Sí son independientes: $P(\text{lee} \mid \text{gafas}) = 0{,}4 = P(\text{lee}) = \frac{40}{100}$. También $P(\text{gafas})P(\text{lee}) = 0{,}7 \cdot 0{,}4 = 0{,}28 = P(\text{gafas} \cap \text{lee})$.

Solución del ejercicio 4 (5 puntos)

a. Primer nivel: más de 20 (0,6) y menos de 20 (0,4). Segundo nivel: aprueba 0,9/0,7 y suspende 0,1/0,3. Cada par de ramas que salen de un mismo nodo suma 1.

b. $0{,}6 \cdot 0{,}9 + 0{,}4 \cdot 0{,}7 = 0{,}54 + 0{,}28 = 0{,}82$: un 82 %. Es el teorema de la probabilidad total.

c. $\frac{0{,}28}{0{,}82} \approx 0{,}341$. Por Bayes: $P(\text{menos} \mid \text{aprueba}) = \frac{0{,}4 \cdot 0{,}7}{0{,}82}$. Es menor que 0,4 porque este grupo aprueba en menor proporción.
d. $P(\text{suspende}) = 0{,}18$. $\frac{0{,}4 \cdot 0{,}3}{0{,}18} = \frac{0{,}12}{0{,}18} \approx 0{,}667$: dos de cada tres suspensos hicieron pocas clases, aunque solo sean el 40 % de los alumnos.

Solución del ejercicio 5 (4 puntos)

a. Primera extracción azul: $\frac{4}{10}$. Sin devolución quedan 3 azules de 9: $\frac{3}{9}$. Multiplicando, $\frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15}$. Es la regla del producto para sucesos dependientes.
b. Hay dos caminos: azul y negro, $\frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{24}{90}$, o negro y azul, $\frac{6}{10} \cdot \frac{4}{9} = \frac{24}{90}$. Sumando, $\frac{48}{90} = \frac{8}{15}$. Los dos caminos son incompatibles, por eso se suman.
c. Teorema de Bayes: $P(1.^{\underline{\text{o}}}\ \text{azul} \mid \text{distinto color}) = \dfrac{24/90}{48/90} = \dfrac{1}{2}$. Por simetría, los dos órdenes son igual de probables. Son los casos favorables dentro del suceso «distinto color».