Ejercicios - Probabilidad

Curso: 1 Bachillerato Ciencias · 20

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

Ejercicio 1

Ejercicio 1 – Tres lanzamientos de una moneda

Se lanza una moneda tres veces y se anota la secuencia de caras (C) y cruces (X). Consideramos los sucesos A: «salen al menos dos caras» y B: «la primera es cara».

a. Escribe el espacio muestral. ¿Cuántos resultados tiene?
b. Escribe los sucesos A, B, $A \cap B$ y $A \cup B$.
c. Calcula sus probabilidades con la regla de Laplace.
d. Describe con palabras el suceso contrario de A y calcula su probabilidad.

Ejercicio 2

Ejercicio 2 – Operaciones con sucesos

Se lanza un dado. Sean A: «sale par» y B: «sale un número mayor que 3».

a. Escribe $A \cup B$ y $A \cap B$ y calcula sus probabilidades.
b. Escribe $\bar{A} \cap \bar{B}$ y comprueba que coincide con (ley de De Morgan).
c. ¿Son A y B incompatibles? Justifícalo.
d. Escribe un suceso incompatible con A que no sea su contrario.

Ejercicio 3

Ejercicio 3 – La suma de dos dados

Se lanzan dos dados de distinto color y se suman los puntos. El espacio muestral tiene $6 \cdot 6 = 36$ resultados equiprobables.

a. Construye una tabla de doble entrada con las sumas.
b. Calcula la probabilidad de que la suma sea 7 y de que sea al menos 10.
c. Calcula la probabilidad de sacar un doble (los dos dados iguales).
d. Calcula la probabilidad de que la suma sea 7 o salga un doble. ¿Son sucesos incompatibles?

Ejercicio 4

Ejercicio 4 – Propiedades de la probabilidad

De dos sucesos se sabe que $P(A) = 0{,}5$, $P(B) = 0{,}4$ y $P(A \cap B) = 0{,}2$.

a. Calcula $P(A \cup B)$.
b. Calcula $P(\bar{A})$ y $P(\bar{B})$.
c. Calcula $P(A \cap \bar{B})$, es decir, la probabilidad de que ocurra A pero no B.
d. Calcula $P(\bar{A} \cap \bar{B})$ usando las leyes de De Morgan.

Ejercicio 5

Ejercicio 5 – Técnicas de recuento

Para aplicar la regla de Laplace a menudo hay que contar muchos casos. Decide en cada apartado si importa el orden y si se pueden repetir los elementos.

a. ¿Cuántos códigos de 4 cifras se pueden formar para un candado?
b. En una carrera corren 8 atletas. ¿De cuántas formas puede quedar el podio?
c. ¿De cuántas formas se puede elegir una comisión de 3 alumnos en un grupo de 10?
d. ¿Cuántas palabras distintas (con o sin sentido) se forman reordenando las letras de PERRO?

Ejercicio 6

Ejercicio 6 – Deporte en el instituto

Se pregunta a los 150 alumnos de 1.º de Bachillerato de un instituto de Gijón si practican algún deporte federado. Los resultados están en la tabla de contingencia. Se elige un alumno al azar.

	Deporte	No deporte	Total
Chicas	45	35	…
Chicos	50	20	…
Total	…	…	150

a. Completa los totales de la tabla.
b. Calcula la probabilidad de que practique deporte.
c. Si es una chica, ¿cuál es la probabilidad de que practique deporte?
d. Si practica deporte, ¿cuál es la probabilidad de que sea chica?
e. ¿Son independientes los sucesos «practicar deporte» y «ser chica»?

Ejercicio 7

Ejercicio 7 – La bolsa de caramelos

Una bolsa de caramelos de una feria de Sevilla contiene 5 de fresa y 3 de limón. Lucía saca dos caramelos al azar, uno detrás de otro, sin devolver el primero.

a. Dibuja el diagrama de árbol con las probabilidades de cada rama.
b. Calcula la probabilidad de que los dos sean de fresa.

c. Calcula la probabilidad de que sean de distinto sabor.
d. Repite b) suponiendo que devuelve el primero antes de sacar el segundo. ¿Por qué cambia?

Ejercicio 8

Ejercicio 8 – Dos semáforos

Para llegar al instituto, Hugo cruza dos semáforos de una avenida de Málaga que funcionan de forma independiente. El primero está en verde el 60 % del tiempo y el segundo el 70 %.

a. Calcula la probabilidad de encontrar los dos en verde.
b. Calcula la probabilidad de encontrar al menos uno en verde.
c. Calcula la probabilidad de encontrar exactamente uno en verde.
d. Comprueba que las probabilidades de 0, 1 y 2 semáforos en verde suman 1.

Ejercicio 9

Ejercicio 9 – La tanda de penaltis

Una delantera de un equipo femenino de Madrid marca el 80 % de los penaltis que lanza. En un entrenamiento lanza tres penaltis, y suponemos que los resultados son independientes.

a. Dibuja el diagrama de árbol (8 ramas finales).
b. Calcula la probabilidad de que marque los tres.
c. Calcula la probabilidad de que marque exactamente dos.
d. Calcula la probabilidad de que marque al menos uno.
e. Calcula la probabilidad de que falle al menos uno.

Ejercicio 10

Ejercicio 10 – Llueve y el autobús llega tarde

En Santiago de Compostela, la probabilidad de que llueva un día de noviembre es 0,3. Si llueve, el autobús escolar llega tarde con probabilidad 0,4; si no llueve, con probabilidad 0,1.

a. Dibuja un diagrama de árbol con los datos.
b. Calcula la probabilidad de que el autobús llegue tarde un día cualquiera.
c. Un día el autobús llegó tarde. ¿Cuál es la probabilidad de que lloviera?
d. Compara el resultado anterior con la probabilidad inicial de lluvia y explica la diferencia.

Ejercicio 11

Ejercicio 11 – La prueba diagnóstica

Una enfermedad afecta al 2 % de la población. Una prueba la detecta en el 95 % de los enfermos (sensibilidad), pero también da positivo en el 10 % de las personas sanas.

a. Calcula la probabilidad de que una persona elegida al azar dé positivo.
b. Si una persona da positivo, ¿qué probabilidad hay de que esté enferma?
c. Si da negativo, ¿qué probabilidad hay de que esté sana?
d. Explica por qué el resultado de b) es tan bajo y qué se suele hacer en la práctica.

Ejercicio 12

Ejercicio 12 – Cumpleaños en clase

En una clase de 25 alumnos, ¿qué es más probable, que dos compartan cumpleaños o que todos los cumpleaños sean distintos? Ignoramos el 29 de febrero y suponemos los 365 días igual de probables.

a. Calcula la probabilidad de que dos alumnos concretos cumplan años el mismo día.
b. Escribe la probabilidad de que los 25 cumpleaños sean distintos como un producto.
c. Calcula, con la calculadora, la probabilidad de que al menos dos coincidan.
d. ¿Te sorprende el resultado? Razona por qué es tan alto.

Ejercicio 13

Ejercicio 13 – Tres máquinas

Una fábrica de piezas de automóvil de Valladolid tiene tres máquinas. La A fabrica el 50 % de las piezas, la B el 30 % y la C el 20 %. Los porcentajes de piezas defectuosas son el 2 %, el 3 % y el 5 %, respectivamente.

a. Calcula el porcentaje total de piezas defectuosas.
b. Se elige una pieza defectuosa. ¿Qué probabilidad hay de que la haya fabricado la máquina C?
c. Calcula también las probabilidades para A y B, y comprueba que las tres suman 1.
d. ¿Qué máquina debería revisarse primero? Justifícalo.

Ejercicio 14

Ejercicio 14 – La comisión de fiestas

En una clase hay 12 chicas y 10 chicos. Se eligen al azar 3 alumnos para organizar la fiesta de fin de curso.

a. ¿Cuántas comisiones distintas se pueden formar?
b. Calcula la probabilidad de que las tres personas sean chicas.
c. Calcula la probabilidad de que haya al menos un chico.
d. Calcula la probabilidad de que haya exactamente dos chicas y un chico.

Ejercicio 15

Ejercicio 15 – El problema del caballero de Méré

En el siglo XVII, el caballero de Méré, un jugador francés, planteó a Blaise Pascal una duda. Había observado que apostar a «sacar al menos un seis en 4 lanzamientos de un dado» le hacía ganar a la larga, y pensaba que «sacar al menos un doble seis en 24 lanzamientos de dos dados» debía ser igual de ventajoso, porque $\frac{4}{6} = \frac{24}{36}$. Sin embargo, con esta segunda apuesta perdía. Vamos a comprobar quién tenía razón.

a. Calcula la probabilidad de no sacar ningún seis en 4 lanzamientos.
b. Calcula la probabilidad de sacar al menos un seis en 4 lanzamientos.
c. Calcula la probabilidad de sacar al menos un doble seis en 24 lanzamientos de dos dados.
d. Explica por qué el razonamiento de Méré era incorrecto.
e. ¿Cuántos lanzamientos de dos dados harían falta como mínimo para que la segunda apuesta fuera favorable?

Ejercicio 16

Ejercicio 16 – El concurso de las tres puertas

En un concurso de televisión hay tres puertas: detrás de una hay un coche y detrás de las otras dos, una cabra. El concursante elige una puerta. El presentador, que sabe dónde está el coche, abre siempre otra puerta que tiene una cabra y ofrece al concursante cambiar de puerta. La mayoría de la gente piensa que da igual cambiar o no, porque «quedan dos puertas». Vamos a estudiarlo con un diagrama de árbol.

a. ¿Cuál es la probabilidad de acertar con la primera elección?
b. Si el concursante no cambia nunca, ¿con qué probabilidad gana el coche?
c. Si había elegido una cabra, ¿qué ocurre al cambiar? Deduce la probabilidad de ganar cambiando.
d. Comprueba el resultado enumerando los 9 casos posibles (puerta del coche, puerta elegida).
e. ¿Seguiría siendo ventajoso cambiar si el presentador abriera una puerta al azar, pudiendo enseñar el coche?

Ejercicio 17

Ejercicio 17 – ¿Cómo llegas al instituto?

El AMPA de un instituto de Zaragoza hace una encuesta a 160 alumnos sobre cómo llegan al centro, distinguiendo entre ESO y Bachillerato. Con los resultados quiere pedir al ayuntamiento más líneas de autobús o un carril bici. Se elige al azar un alumno de los encuestados.

	Andando	Autobús	Coche	Total
ESO	40	30	10	…

	Andando	Autobús	Coche	Total
Bachillerato	20	50	10	…
Total	…	…	…	160

a. Completa los totales de la tabla.
b. Calcula la probabilidad de que vaya en autobús y la de que sea de ESO.
c. Si es de Bachillerato, ¿qué probabilidad hay de que vaya en autobús?
d. Si va andando, ¿qué probabilidad hay de que sea de ESO?
e. ¿Son independientes «ir andando» y «ser de ESO»? ¿Qué conclusión puede sacar el AMPA?

Ejercicio 18

Ejercicio 18 – La fiabilidad de un sistema

Un equipo informático de un hospital funciona con varios componentes que fallan de forma independiente. Si dos componentes están **en serie**, el sistema funciona solo si funcionan los dos; si están **en paralelo**, basta con que funcione uno. Los ingenieros quieren decidir cómo conectar un servidor A (funciona con probabilidad 0,9) y dos discos B y C (cada uno funciona con probabilidad 0,8).

a. Calcula la probabilidad de que funcione el sistema formado por A y un componente de fiabilidad 0,95 en serie.
b. Calcula la fiabilidad de dos componentes de 0,9 y 0,95 en paralelo.
c. Calcula la fiabilidad del sistema A en serie con el bloque (B en paralelo con C).
d. Calcula la fiabilidad si A, B y C se conectan los tres en serie y compárala.
e. Explica por qué los centros de datos duplican sus discos.

Ejercicio 19

Ejercicio 19 – El filtro de correo basura

El filtro de correo de un móvil analiza las palabras de cada mensaje. Se sabe que el 40 % de los correos que recibe un usuario son basura (spam). La palabra «gratis» aparece en el 30 % de los correos basura y solo en el 2 % de los correos normales. El filtro manda a la carpeta de spam todo correo cuya probabilidad de ser basura supere el 90 %.

a. Dibuja el diagrama de árbol con los datos.
b. Calcula la probabilidad de que un correo contenga la palabra «gratis».
c. Si un correo contiene «gratis», ¿qué probabilidad hay de que sea basura? ¿Lo enviará el filtro a la carpeta de spam?
d. Si un correo no contiene «gratis», ¿qué probabilidad hay de que sea normal?
e. ¿Qué ventaja tiene combinar varias palabras sospechosas en el filtro?

Ejercicio 20

Ejercicio 20 – Desafío: la partida interrumpida

En 1654, Pascal y Fermat se escribieron varias cartas sobre este problema, que se considera el nacimiento de la teoría de la probabilidad: dos jugadores igual de hábiles apuestan 32 € cada uno a ganar 3 partidas. Cuando Ana lleva 2 partidas ganadas y Bruno 1, el juego se interrumpe. ¿Cómo deben repartirse los 64 €?

a. ¿Cuántas partidas, como máximo, faltaban para terminar?
b. Calcula la probabilidad de que Bruno hubiera ganado el juego.
c. Reparte el premio de forma proporcional a las probabilidades de ganar.
d. Si el juego se hubiera interrumpido con 2 a 0, ¿cómo debería repartirse?