Soluciones del examen - Números reales, vectores y relaciones

Curso: 1 Bachillerato Ciencias · Duración: 50 minutos · /20

Solución del ejercicio 1 (4 puntos)

a. Llamamos $x = 0{,}3666\ldots$. Multiplicamos por 100 y por 10 para dejar el periodo detrás de la coma: $100x = 36{,}66\ldots$ y $10x = 3{,}66\ldots$. Restando, $90x = 33$, luego $x = \frac{33}{90} = \frac{11}{30}$.

b. La intersección son los números comunes a los dos intervalos: $A \cap B = [1, 4]$. La unión, los que están en alguno: $A \cup B = (-2, 7)$.

c. $|x + 1| \leq 3$ equivale a $-3 \leq x + 1 \leq 3$, es decir, $x \in [-4, 2]$. $|3x - 6| > 9$ da dos casos: $3x - 6 > 9$, con $x > 5$, o $3x - 6 < -9$, con $x < -1$. Solución: $(-\infty, -1) \cup (5, +\infty)$.

Solución del ejercicio 2 (4 puntos)

a. Simplificamos cada radical extrayendo factores: $\sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = 5\sqrt{3}$, $2\sqrt{12} = 2 \cdot 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ y $3\sqrt{27} = 3 \cdot 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$. Son semejantes: $5\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 9\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$. Solo se pueden sumar radicales semejantes (mismo índice y mismo radicando).

b. Multiplicamos por el conjugado $\sqrt{3} + 1$: $\dfrac{6(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3})^2 - 1} = \dfrac{6(\sqrt{3}+1)}{2} = 3\sqrt{3} + 3$. Al multiplicar por el conjugado aparece una suma por diferencia, que elimina la raíz del denominador: $(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1) = 3 - 1 = 2$.

c. $32^{3/5} = (\sqrt[5]{32})^3 = 2^3 = 8$. Para el producto pasamos a exponentes fraccionarios y los sumamos: $3^{1/2} \cdot 3^{1/4} = 3^{3/4}$. Comprobación: $\sqrt[5]{32} = 2$ porque $2^5 = 32$; y $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$, es decir, el resultado es $\sqrt[4]{27}$.

Solución del ejercicio 3 (3 puntos)

a. Multiplicamos las mantisas y sumamos los exponentes: $(1{,}2 \cdot 4) \cdot 10^{-3+5} = 4{,}8 \cdot 10^2$. La mantisa ya está entre 1 y 10. Comprobación: $0{,}0012 \cdot 400\,000 = 480$.

b. Dividimos las mantisas y restamos los exponentes: $\frac{7{,}2}{1{,}8} \cdot 10^{9-(-2)} = 4 \cdot 10^{11}$. Comprobación: $7\,200\,000\,000 : 0{,}018 = 400\,000\,000\,000$. Restar -2 en el exponente equivale a sumar 2.

c. Para sumar hay que igualar exponentes: $4 \cdot 10^5 = 0{,}4 \cdot 10^6$. Entonces

$3{,}5 \cdot 10^6 + 0{,}4 \cdot 10^6 = 3{,}9 \cdot 10^6$. No basta con sumar las mantisas 3,5 y 4: los exponentes son distintos. Comprobación: $3\,500\,000 + 400\,000 = 3\,900\,000$.

Solución del ejercicio 4 (4 puntos)

a. Error absoluto: $E_a = |3{,}16228 - 3{,}16| \approx 0{,}00228$. Error relativo: $E_r = \frac{E_a}{\text{valor exacto}} \approx \frac{0{,}00228}{3{,}16228} \approx 0{,}00072$, es decir, un $0{,}072\,\%$. El error relativo mide el error en proporción al tamaño del número y permite comparar aproximaciones de magnitudes distintas.

b. Redondeando a las décimas se obtiene 3,2, con error absoluto $|3{,}2 - 3{,}16228| \approx 0{,}0377$ y error relativo de un 1,19 %. Como 3,16 tiene un error relativo unas 16 veces menor, es una aproximación mucho mejor. En concreto, $0{,}0377 : 0{,}00228 \approx 16{,}5$.

Solución del ejercicio 5 (5 puntos)

a. El área de un cuadrado es $\ell^2 = 20$, luego $\ell = \sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = 2\sqrt{5} \approx 4{,}47$ m. Comprobación: $4{,}47^2 \approx 19{,}98$.

b. El perímetro es $4\ell = 8\sqrt{5} \approx 17{,}89$ m. Como la valla se vende por metros enteros y no puede faltar, hay que comprar 18 m, que cuestan $18 \cdot 12{,}50 = 225$ €. Comprar 17 m no bastaría, porque $17 < 17{,}89$.

c. Por Pitágoras, $d = \sqrt{\ell^2 + \ell^2} = \ell\sqrt{2} = 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{10} \approx 6{,}32$ m. El cociente es $\frac{\ell}{d} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, que racionalizado da $\frac{\sqrt{2}}{2}$. Comprobación: $\frac{4{,}47}{6{,}32} \approx 0{,}707 \approx \frac{\sqrt{2}}{2}$.