# Soluciones del examen - Sucesiones y progresiones

Curso: 1 Bachillerato Ccss · Duración: 55 minutos · /20

## Solución del ejercicio 1 (4 puntos)

a. De $a_3$ a $a_8$ hay 5 saltos: $5d = 25 - 10 = 15$, luego $d = 3$. Retrocediendo dos saltos: $a_1 = a_3 - 2d = 10 - 6 = 4$. Comprobación: $a_8 = 4 + 7 \cdot 3 = 25$.

b. Término general: $a_n = a_1 + (n-1)d = 4 + 3(n-1) = 3n + 1$. Por tanto, $a_{20} = 3 \cdot 20 + 1 = 61$. Comprobación: $a_3 = 3 \cdot 3 + 1 = 10$.

c. Suma de una progresión aritmética, $S_n = \dfrac{n\,(a_1 + a_n)}{2}$:

$S_{20} = \dfrac{20\,(4 + 61)}{2} = 10 \cdot 65 = 650$. La suma de los 20 primeros términos es 650.

Interpretación: es la media del primer y el último término, 32,5, multiplicada por 20 términos. Al emparejar el primero con el último, el segundo con el penúltimo, etc., cada pareja suma 65.

## Solución del ejercicio 2 (4 puntos)

a. Término general $a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$: $a_5 = 2 \cdot 3^4 = 162$. Suma:

$S_5 = \dfrac{a_1(r^5 - 1)}{r - 1} = \dfrac{2\,(3^5 - 1)}{3 - 1} = \dfrac{2 \cdot 242}{2} = 242$. Comprobación:

$2 + 6 + 18 + 54 + 162 = 242$.

b. La razón es $r = \dfrac{12}{24} = \dfrac{1}{2}$, con $|r| < 1$, así que la suma infinita existe:

$S_\infty = \dfrac{24}{1 - \frac{1}{2}} = 48$. Las sumas parciales 24, 36, 42, 45... se acercan cada vez más a 48.

c. No tiene suma infinita: la razón es $\dfrac{1{,}5}{1} = 1{,}5$, mayor que 1, de modo que los términos crecen y las sumas parciales aumentan sin límite. Para que exista suma infinita hace falta $|r| < 1$.

## Solución del ejercicio 3 (3 puntos)

a. Las cantidades mensuales forman una progresión aritmética con $a_1 = 50$ y $d = 5$, porque cada mes ahorra 5 € más. Entonces $a_{12} = a_1 + 11d = 50 + 11 \cdot 5 = 105$ €. El mes 12 ahorra 105 €. Se suman 11 incrementos de 5 € al primer mes.

b. Sumamos los 12 meses con la fórmula de la suma aritmética:

$S_{12} = \dfrac{12\,(50 + 105)}{2} = 6 \cdot 155 = 930$ €. En un año Marta ha ahorrado 930 €.

Comprobación: la media de 50 y 105 es 77,5 €, y $12 \cdot 77{,}5 = 930$.

## Solución del ejercicio 4 (4 puntos)

a. Con interés compuesto el capital forma una progresión geométrica de razón 1,03: $C_n = 4\,000 \cdot 1{,}03^n$. Para $n = 6$: $C_6 = 4\,000 \cdot 1{,}194052 = 4\,776{,}21$ €. Los intereses generados son $4\,776{,}21 - 4\,000 = 776{,}21$ €.

b. Planteamos $4\,000 \cdot 1{,}03^n > 5\,000$, es decir, $1{,}03^n > 1{,}25$. Tomando logaritmos, $n > \dfrac{\ln 1{,}25}{\ln 1{,}03} = 7{,}55$. Comprobación: $C_7 = 4\,919{,}50$ € y $C_8 = 5\,067{,}08$ €. Hacen falta 8 años. Como $n$ debe ser entero y mayor que 7,55, el primer valor válido es 8. Respuesta: al cabo de 8 años el capital supera los 5 000 €.

## Solución del ejercicio 5 (5 puntos)

a. Porcentual: $P_n = 40\,000 \cdot 0{,}98^n$, geométrica de razón 0,98. Fija: $Q_n = 40\,000 - 800n$, aritmética de diferencia $-800$. En el primero se multiplica cada año por 0,98; en el segundo se resta siempre la misma cantidad.

b. $P_5 = 40\,000 \cdot 0{,}98^5 \approx 36\,157$. $Q_5 = 40\,000 - 4\,000 = 36\,000$. A los 5 años la diferencia es de unos 157 habitantes.

c. $0{,}98^n < 0{,}875$ implica $n > \dfrac{\ln 0{,}875}{\ln 0{,}98} = 6{,}61$: a los 7 años. Se busca $40\,000 \cdot 0{,}98^n < 35\,000$, y $35\,000 : 40\,000 = 0{,}875$. Comprobación: $P_6 \approx 35\,434$ y $P_7 \approx 34\,725$.

d. $P_{10} \approx 32\,683$ y $Q_{10} = 32\,000$: tendría menos habitantes con el modelo de pérdida fija, porque el 2 % se aplica cada año a una población menor.