Ejercicios - Sucesiones y progresiones

Curso: 1 Bachillerato Ccss · 20

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

Ejercicio 1

Ejercicio 1 – Términos de una sucesión

Calcula los cinco primeros términos de cada sucesión y responde.

a. $a_n = n^2 - 1$
b. $b_n = (-1)^n \cdot 2n$
c. $c_1 = 3$ y $c_{n+1} = 2c_n - 1$
d. Calcula a_{20} y b_{15}. ¿Se puede calcular c_{20} directamente con la recurrencia? Comenta.

Ejercicio 2

Ejercicio 2 – Una progresión aritmética

Una progresión aritmética tiene $a_1 = 7$ y diferencia $d = 4$.

a. Escribe sus cinco primeros términos y el término general.
b. Calcula a_{10} y la suma de los diez primeros términos.
c. ¿Es 103 un término de la progresión? ¿Y 110?
d. ¿Cuántos términos hay que sumar para obtener 250?

Ejercicio 3

Ejercicio 3 – Hallar una aritmética con dos términos

En una progresión aritmética, $a_4 = 17$ y $a_{10} = 41$.

a. Calcula la diferencia d.
b. Calcula a_1 y el término general.
c. Calcula a_{20} y S_{20}.
d. ¿A partir de qué término se supera el valor 100?

Ejercicio 4

Ejercicio 4 – Una progresión geométrica

Una progresión geométrica tiene $a_1 = 5$ y razón $r = 3$.

a. Escribe sus cinco primeros términos y el término general.
b. Calcula a_6 y S_6.
c. ¿Qué lugar ocupa el término 405?

d. ¿Es creciente o decreciente? ¿Tiene sentido sumar infinitos términos?

Ejercicio 5

Ejercicio 5 – Hallar una geométrica con dos términos

En una progresión geométrica de términos positivos, $a_2 = 12$ y $a_5 = 96$.

a. Calcula la razón.
b. Calcula a_1 y el término general.
c. Calcula la suma de los ocho primeros términos.
d. Calcula el producto $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3$.

Ejercicio 6

Ejercicio 6 – Sumas infinitas

Calcula, si existe, la suma de los infinitos términos de cada progresión geométrica.

a. $18 + 6 + 2 + \dfrac{2}{3} + \cdots$
b. $5 + 10 + 20 + \cdots$
c. Escribe $0{,}333\ldots$ como la suma $0{,}3 + 0{,}03 + 0{,}003 + \cdots$ y calcúlala.
d. Escribe $0{,}4545\ldots$ como fracción usando una suma infinita.

Ejercicio 7

Ejercicio 7 – ¿Aritmética, geométrica o ninguna?

Indica de qué tipo es cada sucesión, da su diferencia o su razón y escribe el término general.

a. $3,\ 7,\ 11,\ 15,\ \ldots$
b. $2,\ 6,\ 18,\ 54,\ \ldots$
c. $1,\ 4,\ 9,\ 16,\ \ldots$
d. $80,\ 40,\ 20,\ 10,\ \ldots$

Ejercicio 8

Ejercicio 8 – La hucha de Lucía

Lucía, que vive en Soria, quiere ahorrar para un viaje. La primera semana mete 10 € en su hucha y cada semana mete 2 € más que la anterior.

a. ¿Qué tipo de progresión forman las cantidades semanales? Escribe el término general.
b. ¿Cuánto mete la semana 20?
c. ¿Cuánto ha ahorrado en total al cabo de 20 semanas?
d. ¿Cuántas semanas necesita para reunir al menos 1 000 €?

Ejercicio 9

Ejercicio 9 – Las filas del auditorio

El patio de butacas de un auditorio de Valladolid tiene 25 filas. La primera fila tiene 20 butacas y cada fila tiene 2 butacas más que la anterior.

a. ¿Cuántas butacas tiene la fila 10? ¿Y la última?
b. ¿Cuántas butacas hay en total?
c. Para un concierto, las 5 primeras filas se reservan para invitados. ¿Cuántas butacas quedan a la venta?
d. Si cada butaca se vende a 18 €, ¿cuánto se recauda con el aforo completo a la venta?

Ejercicio 10

Ejercicio 10 – Un pueblo que crece

Un pueblo de la costa de Almería tiene 5 000 habitantes y su población aumenta un 3 % cada año.

a. Explica por qué las poblaciones de cada año forman una progresión geométrica e indica su razón.
b. Calcula la población dentro de 1, 2 y 10 años.
c. ¿Cuántos años tardará en llegar a 8 000 habitantes?
d. Si en vez del 3 % anual creciera 150 habitantes al año, ¿qué tipo de progresión sería? Compara las dos poblaciones a los 10 años.

Ejercicio 11

Ejercicio 11 – Lo que vale un portátil

Una academia de Lleida compra un portátil por 1 200 €. Cada año pierde el 25 % del valor que tenía el año anterior.

a. ¿Cuál es la razón de la progresión de valores?
b. Calcula su valor al cabo de 1, 2 y 3 años.
c. ¿Cuánto ha perdido en total en 3 años? ¿Es el triple de lo que perdió el primer año? Explícalo.
d. ¿Cuántos años pasarán hasta que valga menos de 300 €?

Ejercicio 12

Ejercicio 12 – Un depósito a plazo fijo

Un matrimonio de Logroño deposita 6 000 € en un banco al 2,5 % anual compuesto durante 8 años.

a. Escribe la sucesión de los capitales al final de cada año e indica de qué tipo es.

b. Calcula el capital final y los intereses obtenidos.
c. Otro banco ofrece el mismo 2,5 % anual pero capitalizando los intereses cada mes (al $\frac{2{,}5}{12}$ % mensual). Calcula el capital final.
d. ¿Qué diferencia hay entre las dos ofertas? ¿Y si fuera interés simple?

Ejercicio 13

Ejercicio 13 – La pelota que rebota

En el patio de un colegio de Huelva se deja caer una pelota desde 2 m de altura. En cada bote sube a $\frac{3}{5}$ de la altura desde la que cayó.

a. Escribe las alturas de los tres primeros botes.
b. ¿A qué altura sube tras el cuarto bote?
c. ¿Después de cuántos botes sube menos de 10 cm?
d. Si botara indefinidamente, ¿qué distancia vertical total recorrería?

Ejercicio 14

Ejercicio 14 – La pirámide de latas

En un supermercado de Teruel colocan latas de tomate en forma de triángulo: 1 lata arriba, 2 en la fila siguiente, 3 en la siguiente, y así sucesivamente.

a. ¿Cuántas latas hay en las 10 primeras filas?
b. Escribe la suma de las n primeras filas.
c. Tienen 210 latas. ¿Cuántas filas completas pueden formar?
d. Si en lugar de un triángulo hicieran una pila en la que cada fila tiene el doble de latas que la de encima, ¿cuántas latas harían falta para 8 filas?

Ejercicio 15

Ejercicio 15 – Dos ofertas de trabajo

Elena acaba de terminar sus estudios en Bilbao y recibe dos ofertas de trabajo. La empresa A le ofrece 24 000 € el primer año y una subida de 1 000 € cada año. La empresa B le ofrece 22 000 € el primer año y una subida del 6 % anual. Elena piensa quedarse 10 años en la empresa que elija.

Año	1	3	5	6	10
Empresa A (€)	24 000				
Empresa B (€)	22 000				

a. Indica qué tipo de progresión forman los sueldos de cada empresa y escribe su término general.
b. Completa la tabla de sueldos de los años 1, 3, 5, 6 y 10.
c. ¿A partir de qué año gana más en la empresa B?

d. Calcula lo que cobraría en total en los 10 años en cada empresa.
e. ¿Qué oferta le aconsejarías? ¿Cambiaría la respuesta si pensara quedarse solo 4 años?

Ejercicio 16

Ejercicio 16 – Un plan de ahorro mensual

Javier, de 17 años, trabaja los veranos en un chiringuito de Benidorm. Decide ingresar 100 € al final de cada mes en una cuenta que paga un 3 % anual, con capitalización mensual (0,25 % al mes), para poder pagarse en el futuro la entrada de un coche.

a. El primer ingreso genera intereses durante 59 meses y el último, durante ninguno. Explica por qué el capital final es la suma de una progresión geométrica.
b. Calcula el capital acumulado al cabo de 5 años (60 ingresos).
c. ¿Cuánto ha aportado Javier y cuánto ha ganado en intereses?
d. ¿Cuántos meses tendría que ahorrar para reunir 10 000 €?
e. Si ingresara 150 € al mes, ¿cuánto tendría en 5 años? ¿Es proporcional al resultado del apartado b)?

Ejercicio 17

Ejercicio 17 – Un vídeo que se hace viral

Una estudiante de Vigo sube un vídeo de su grupo de música. En la primera hora lo ven 3 personas, y cada hora cada nuevo espectador se lo envía a 3 personas que todavía no lo han visto, de modo que las visualizaciones nuevas de cada hora se triplican. La tabla recoge las primeras horas.

Hora	1	2	3	4	5
Nuevas	3				
Total	3				

a. Completa la tabla de visualizaciones nuevas y totales en las horas 1 a 5.
b. Escribe el término general de las visualizaciones nuevas y la fórmula del total tras n horas.
c. ¿Cuántas personas lo habrán visto al cabo de 10 horas?
d. ¿En cuántas horas superaría los 48 millones de visualizaciones, aproximadamente la población de España?
e. ¿Por qué el modelo no puede mantenerse mucho tiempo? Razónalo.

Ejercicio 18

Ejercicio 18 – El triángulo de Sierpinski

En el taller de arte de un instituto de Granada construyen un mural con el triángulo de Sierpinski. Se parte de un triángulo equilátero negro de 1 m² de área. En cada paso, cada triángulo negro se divide en 4 triángulos iguales uniendo los puntos medios de

sus lados y se pinta de blanco el central. La tabla recoge los primeros pasos.

Paso	0	1	2	3	4
Triángulos negros	1				
Área negra (m²)	1				

a. Completa la tabla con el número de triángulos negros y el área negra de los pasos 0 a 4.
b. ¿Qué tipo de progresiones forman el número de triángulos y el área negra? Escribe sus términos generales.
c. ¿Qué porcentaje del área sigue negro tras 4 pasos?
d. ¿A partir de qué paso el área negra es menor que el 10 % de la inicial?
e. ¿Qué le ocurre al área negra si se repite el proceso indefinidamente? ¿Y al número de triángulos?

Ejercicio 19

Ejercicio 19 – Reducir las emisiones

Una fábrica de cerámica de Castellón emitió 12 000 toneladas de CO_2 en 2025. Se ha comprometido a reducir sus emisiones un 8 % cada año respecto del anterior. La Unión Europea le exige haberlas reducido a la mitad antes de 2035.

a. Escribe el término general de las emisiones E_n, con n el número de años desde 2025.
b. Calcula las emisiones previstas en 2030.
c. ¿En qué año bajarán por primera vez de la mitad de las de 2025? ¿Cumple el objetivo europeo?
d. Calcula las emisiones totales entre 2025 y 2034, ambos incluidos.
e. ¿Cuántas toneladas habría emitido en esos 10 años sin el plan de reducción? ¿Cuánto se ahorra?

Ejercicio 20

Ejercicio 20 – Desafío: de aritmética a geométrica

Tres números en progresión aritmética suman 15. Si se suma 1 al primero, 4 al segundo y 19 al tercero, se obtienen tres números en progresión geométrica.

a. Escribe los tres números como $a - d$, a y $a + d$ y calcula a.
b. Escribe los nuevos números y la condición para que estén en progresión geométrica.
c. Resuelve la ecuación y halla las dos soluciones.
d. Comprueba las dos soluciones.