Soluciones del examen - Sistemas de ecuaciones e inecuaciones

Curso: 1 Bachillerato Ccss · Duración: 55 minutos · /20

Solución del ejercicio 1 (4 puntos)

a. $x = 4 + y$: $12 + 3y + 2y = 7$, $5y = -5$, $y = -1$ y $x = 3$. Comprobación: $9 - 2 = 7$ ✓, $3 + 1 = 4$ ✓. Usamos sustitución: despejamos x de la segunda ecuación, que es la más sencilla, y lo llevamos a la primera, $3(4 + y) + 2y = 7$. La solución única es $(3, -1)$, así que el sistema es compatible determinado: las rectas se cortan en ese punto.

b. $\frac{2}{4} = \frac{-1}{-2} \neq \frac{3}{5}$: incompatible. Son dos rectas paralelas que no se cortan. Si multiplicamos la primera ecuación por 2 se obtiene $4x - 2y = 6$, que contradice $4x - 2y = 5$. Las rectas tienen la misma pendiente, 2, y distinta ordenada en el origen (-3 y $-2{,}5$), por lo que el sistema no tiene solución.

Solución del ejercicio 2 (5 puntos)

a. $E_2 - 2E_1$: $-y - 3z = -8$, es decir, $y + 3z = 8$. $E_3 - E_1$: $-2y + z = 5$. Sumando a esta el doble de la anterior: $7z = 21$. Sistema escalonado: $x + y + z = 4$; $y + 3z = 8$; $7z = 21$. Se busca un sistema triangular: x desaparece de las ecuaciones segunda y tercera, e y de la tercera.

b. $z = 3$; $y = 8 - 9 = -1$; $x = 4 + 1 - 3 = 2$. Comprobación: $2 - 1 + 3 = 4$ ✓; $4 - 1 - 3 = 0$ ✓; $2 + 1 + 6 = 9$ ✓. Compatible determinado: $(2, -1, 3)$. Se resuelve de abajo arriba. Hay una única solución, así que geométricamente son tres planos que se cortan en un punto.

Solución del ejercicio 3 (3 puntos)

a. $x + y = 10$ y $x^2 + y^2 = 58$. Llamamos x e y a los números. Es un sistema no lineal por la segunda ecuación.

b. $y = 10 - x$: $x^2 + 100 - 20x + x^2 = 58$, $2x^2 - 20x + 42 = 0$, $x^2 - 10x + 21 = 0$, $x = 3$ o $x = 7$. Los números son 3 y 7. Despejamos y en la ecuación lineal y sustituimos en la cuadrática. Si $x = 3$, $y = 7$; si $x = 7$, $y = 3$: las dos soluciones dan el mismo par de números. Comprobación: $3 + 7 = 10$ y $9 + 49 = 58$.

Solución del ejercicio 4 (3 puntos)

a. $(0, 0)$; $(3, 0)$; $(0, 4)$; y el corte de $x + 2y = 8$ con $3x + y = 9$: $x = 8 - 2y$,

$24 - 6y + y = 9$, $y = 3$, $x = 2$. Vértice $(2, 3)$. Los vértices son los cortes de las rectas frontera que cumplen todas las desigualdades: $3x + y = 9$ corta el eje X en $(3, 0)$ y $x + 2y = 8$ corta el eje Y en $(0, 4)$. Los otros cortes con los ejes, $(8, 0)$ y $(0, 9)$, no son válidos. La región es un cuadrilátero de vértices $(0, 0)$, $(3, 0)$, $(2, 3)$ y $(0, 4)$.

b. $2 + 4 = 6 \leq 8$ y $6 + 2 = 8 \leq 9$: sí pertenece. Además $x = 2 \geq 0$ e $y = 2 \geq 0$. Cumple las cuatro desigualdades sin ninguna igualdad, así que es un punto interior de la región.

Solución del ejercicio 5 (5 puntos)

a. x: gorras; y: camisetas; z: zapatillas. $x + y + z = 100$; $20x + 30y + 50z = 3\,100$, que se simplifica a $2x + 3y + 5z = 310$; $z = x - 10$. La primera ecuación cuenta artículos, la segunda los ingresos y la tercera relaciona zapatillas y gorras.

b. Sustituyendo z: $2x + y = 110$ y $7x + 3y = 360$. De la primera, $y = 110 - 2x$: $7x + 330 - 6x = 360$, $x = 30$. Entonces $y = 50$ y $z = 20$. Comprobación: $30 + 50 + 20 = 100$ y $600 + 1\,500 + 1\,000 = 3\,100$ €. Se vendieron 30 gorras, 50 camisetas y 20 pares de zapatillas.

c. Zapatillas: $20 \cdot 50 = 1\,000$ €. $\dfrac{1\,000}{3\,100} \approx 0{,}3226$, es decir, un 32,3 % de los ingresos.