Ejercicios - Sistemas de ecuaciones e inecuaciones

Curso: 1 Bachillerato Ccss · 20

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

Ejercicio 1

Ejercicio 1 – Tres métodos para un mismo sistema

Resuelve el sistema $\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ x - y = 1 \end{cases}$ por los tres métodos y comprueba que se obtiene la misma solución.

a. Por sustitución.
b. Por igualación.
c. Por reducción.
d. Comprueba la solución e interprétala gráficamente.

Ejercicio 2

Ejercicio 2 – Clasificar sistemas

Clasifica los sistemas siguientes sin resolverlos, comparando los coeficientes, y resuelve el que tenga solución única.

a. $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x + 4y = 10 \end{cases}$
b. $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x + 4y = 7 \end{cases}$
c. $\begin{cases} 3x - y = 4 \\ x + y = 4 \end{cases}$
d. Halla k para que $\begin{cases} x + ky = 3 \\ 2x + 4y = 6 \end{cases}$ sea compatible indeterminado.

Ejercicio 3

Ejercicio 3 – El método de Gauss

Resuelve por el método de Gauss el sistema 

a. Elimina x de la segunda y de la tercera ecuación.
b. Elimina y de la tercera ecuación para escalonar el sistema.
c. Resuelve de abajo arriba.

d. Comprueba la solución y clasifica el sistema.

Ejercicio 4

Ejercicio 4 – Sistemas indeterminados e incompatibles

Considera el sistema 

a. Aplica el método de Gauss. ¿Qué ocurre con la tercera ecuación?
b. Clasifica el sistema y escribe sus soluciones en función de $z = \lambda$.
c. Da dos soluciones concretas y compruébalas.
d. ¿Qué ocurre si el término independiente de la tercera ecuación es 8 en lugar de 7?

Ejercicio 5

Ejercicio 5 – Sistemas no lineales

Resuelve los sistemas siguientes por sustitución y comprueba las soluciones.

a. $\begin{cases} x + y = 7 \\ xy = 12 \end{cases}$
b. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x - y = 1 \end{cases}$
c. Interpreta geométricamente el sistema del apartado b).
d. ¿Cuántas soluciones puede tener, como máximo, un sistema formado por una recta y una circunferencia?

Ejercicio 6

Ejercicio 6 – Una inecuación con dos incógnitas

Considera la inecuación $2x + y \leq 6$.

a. Dibuja la recta frontera $2x + y = 6$ calculando dos de sus puntos.
b. Usa el punto $(0, 0)$ para decidir qué semiplano es la solución.
c. Indica si los puntos $(1, 2)$, $(2, 3)$, $(3, 0)$ y $(-1, 7)$ son soluciones.
d. ¿La recta frontera forma parte de la solución? ¿Y si la desigualdad fuera estricta?

Ejercicio 7

Ejercicio 7 – Región de un sistema de inecuaciones

Considera el sistema 

a. Representa las rectas frontera y sombrea la región solución.
b. Calcula los vértices de la región.
c. Comprueba si los puntos $(1, 1)$ y $(1, 3)$ pertenecen a la región.
d. Calcula el valor de $F(x, y) = 2x + 3y$ en cada vértice. ¿En cuál es máximo?

Ejercicio 8

Ejercicio 8 – Taquilla del cine

Un cine de Valencia ha vendido 250 entradas para una sesión del domingo y ha recaudado 1 700 €. La entrada de adulto cuesta 8 € y la infantil 5 €.

a. Define las incógnitas y plantea el sistema.
b. Resuélvelo por reducción.
c. Comprueba la solución.
d. Si hubiera recaudado 1 650 €, ¿tendría sentido la solución? Razónalo.

Ejercicio 9

Ejercicio 9 – Una mezcla de café

Un tostadero de café de Vigo quiere preparar 60 kg de una mezcla para vender a 10 € el kilo. Dispone de café arábica a 12 €/kg y de café robusta a 7 €/kg.

a. Plantea un sistema con los kilos de cada tipo.
b. Resuelve el sistema.
c. ¿Qué porcentaje de la mezcla es arábica?
d. Si quisiera vender la mezcla a 11 €/kg, ¿cuántos kilos de cada café necesitaría?

Ejercicio 10

Ejercicio 10 – Los precios de la frutería

En una frutería de Murcia, tres clientes han comprado naranjas (x), manzanas (y) y plátanos (z), con los precios por kilo sin conocer. Los datos de los tiques están en la tabla.

Cliente	Naranjas (kg)	Manzanas (kg)	Plátanos (kg)	Total
1	2	1	1	6,30 €
2	1	2	1	6,90 €
3	3	1	2	9,60 €

a. Plantea el sistema de tres ecuaciones.
b. Resuélvelo por el método de Gauss.
c. Comprueba la solución con el tercer cliente.
d. ¿Cuánto pagará un cliente que compre 1 kg de cada fruta?

Ejercicio 11

Ejercicio 11 – Dos fondos de inversión

Una profesora de Badajoz invierte 20 000 € en dos fondos. El fondo A da un 3 % anual y el fondo B un 5 % anual. Al cabo de un año ha obtenido 840 € de intereses.

a. Plantea un sistema de dos ecuaciones.
b. Resuélvelo e indica cuánto invirtió en cada fondo.
c. ¿Qué rentabilidad media ha obtenido?
d. Si hubiera invertido todo en B, ¿cuánto habría ganado? ¿Por qué crees que no lo hizo?

Ejercicio 12

Ejercicio 12 – Tarifas de gimnasio

En un barrio de León hay tres gimnasios. A: 30 € de matrícula y 25 € al mes. B: 50 € de matrícula y 25 € al mes. C: 10 € de matrícula y 30 € al mes.

a. Escribe el coste total de cada gimnasio tras x meses ($y =$ coste).
b. Plantea el sistema formado por A y B y clasifícalo. ¿Qué significa?
c. Resuelve el sistema formado por A y C e interpreta la solución.
d. ¿Qué gimnasio conviene para 3 meses y para un año?

Ejercicio 13

Ejercicio 13 – Un campo de fútbol 7

Un ayuntamiento de Cantabria quiere construir un campo de fútbol 7 rectangular de 300 m² para un colegio. Para cercarlo dispone de 70 m de valla.

a. Plantea el sistema que cumplen el largo x y el ancho y.
b. Resuélvelo.
c. ¿Cuáles son las dimensiones del campo?
d. Si la valla costara 15 € el metro y el césped artificial 22 € el m², ¿cuál sería el coste total?

Ejercicio 14

Ejercicio 14 – La merienda de la fiesta

Para la fiesta de fin de curso de un colegio de Albacete, la asociación de familias compra bocadillos a 2 € y refrescos a 1 €. Dispone de 90 €, quiere al menos 20 bocadillos y al menos tantos refrescos como bocadillos.

a. Escribe el sistema de inecuaciones, con x bocadillos e y refrescos.
b. Comprueba si se pueden comprar 25 bocadillos y 30 refrescos, y 30 bocadillos y 35 refrescos.

c. Calcula los vértices de la región solución.
d. ¿Cuál es el mayor número total de productos que se puede comprar? ¿Con qué combinación?

Ejercicio 15

Ejercicio 15 – Los menús de una empresa de catering

Una empresa de catering de Valencia sirvió ayer 300 menús en un congreso. Hay tres tipos: básico (9 €), completo (12 €) y especial (18 €). La recaudación fue de 3 960 € y se sirvieron el doble de menús completos que de especiales. La tabla recoge el coste de preparación de cada menú.

Menú	Precio	Coste
Básico	9 €	6 €
Completo	12 €	8 €
Especial	18 €	11 €

a. Define las incógnitas y plantea el sistema.
b. Resuélvelo por el método de Gauss.
c. Comprueba la solución.
d. Calcula el coste total de preparación y el beneficio obtenido.
e. ¿Qué tipo de menú deja más beneficio por unidad? ¿Y cuál aporta más beneficio en total? Razónalo.

Ejercicio 16

Ejercicio 16 – El taller de muebles

Un taller artesano de Toledo fabrica mesas y sillas. Cada mesa necesita 4 horas de carpintería y 2 horas de barnizado; cada silla, 2 horas de carpintería y 3 de barnizado. A la semana dispone como máximo de 80 horas de carpintería y 72 de barnizado. Cada mesa deja 60 € de beneficio y cada silla 40 €. La tabla resume los datos.

	Carpintería	Barnizado	Beneficio
Mesa	4 h	2 h	60 €
Silla	2 h	3 h	40 €
Disponible	80 h	72 h	

a. Escribe el sistema de inecuaciones que deben cumplir las mesas x y las sillas y.
b. Comprueba si es posible fabricar 10 mesas y 10 sillas, y 15 mesas y 12 sillas.
c. Representa la región y calcula sus vértices.
d. Calcula el beneficio $B = 60x + 40y$ en cada vértice. ¿Cuál es la producción más rentable?
e. ¿Sobran horas de algún tipo con esa producción?

Ejercicio 17

Ejercicio 17 – Equilibrio en el mercado del aceite

En un mercado mayorista de Córdoba, el precio p (en euros por caja de seis botellas de aceite) y la cantidad q (en miles de cajas semanales) cumplen: demanda $p = 50 - 0{,}5q$ y oferta $p = 10 + 0{,}3q$. El Gobierno estudia un impuesto de 4 € por unidad que pagarían los productores, de modo que la oferta pasaría a ser $p = 14 + 0{,}3q$.

a. Explica por qué la demanda tiene pendiente negativa y la oferta positiva.
b. Halla el punto de equilibrio resolviendo el sistema.
c. Calcula los ingresos totales del mercado en el equilibrio.
d. Halla el nuevo equilibrio con el impuesto.
e. ¿Cuánto sube el precio para el consumidor? ¿Qué parte del impuesto paga realmente el consumidor? ¿Cuánto recauda el Gobierno?

Ejercicio 18

Ejercicio 18 – Las entradas del concierto

Para un concierto en el estadio de Pamplona se venden entradas de pista (30 €), grada (45 €) y palco (70 €). Se han vendido 5 000 entradas y se han recaudado 190 000 €. Además, se vendieron 1 000 entradas de pista más que de grada y palco juntas. La organización quiere saber cuántas de cada tipo se vendieron para decidir los precios del año que viene.

a. Plantea el sistema.
b. Resuélvelo por el método de Gauss.
c. Comprueba la solución y calcula qué porcentaje de la recaudación procede de cada zona.
d. El año que viene quieren subir la pista a 35 €, manteniendo las mismas ventas. ¿Cuánto recaudarían?
e. ¿Qué datos harían falta para comprobar si la subida es buena idea?

Ejercicio 19

Ejercicio 19 – La dieta equilibrada

Un nutricionista de un club deportivo de Pamplona diseña un menú combinando raciones de tres alimentos, A, B y C. Cada ración aporta las proteínas e hidratos que indica la tabla, y el menú debe aportar exactamente 120 g de proteínas y 120 g de hidratos. Las raciones de A cuestan 1 €, las de B 1,50 € y las de C 1,20 €.

Alimento	Proteínas (g)	Hidratos (g)	Precio
A	10	20	1 €
B	20	10	1,50 €
C	15	15	1,20 €

a. Plantea el sistema con las raciones x, y, z de A, B y C.
b. Resuélvelo y clasifícalo. Escribe la solución en función de x.
c. ¿Qué valores puede tomar x para que todas las raciones sean no negativas? Escribe todas las soluciones con raciones enteras.
d. Expresa el coste en función de x y halla el menú más barato.
e. ¿Qué tienen en común todas las soluciones? Explica por qué.

Ejercicio 20

Ejercicio 20 – Desafío: el número misterioso

Un número de tres cifras cumple que sus cifras suman 12, que la cifra de las decenas es igual a la suma de las otras dos, y que, si se invierte el orden de sus cifras, el número disminuye en 198.

a. Llama c, d y u a las cifras de las centenas, decenas y unidades y escribe el número y su inverso.
b. Plantea el sistema de tres ecuaciones.
c. Resuélvelo.
d. Comprueba que el número cumple las tres condiciones.