Soluciones del examen - Probabilidad

Curso: 1 Bachillerato Ccss · Duración: 55 minutos · /20

Solución del ejercicio 1 (4 puntos)

a. Hay $6+5+4=15$ bolas, de ellas 6 blancas. Por Laplace, $P(B_1)=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$.

b. Sin reemplazamiento, tras sacar una blanca quedan 14 bolas, de las que 5 son negras: $P(B_1\cap N_2)=\frac{6}{15}\cdot\frac{5}{14}=\frac{30}{210}=\frac{1}{7}$. Es una probabilidad compuesta: $P(B_1)\cdot P(N_2\mid B_1)$.

c. Usamos el suceso contrario, «ninguna blanca»: hay 9 bolas no blancas, así que $P=\frac{9}{15}\cdot\frac{8}{14}=\frac{72}{210}=\frac{12}{35}$. Por tanto, la probabilidad de que al menos una sea blanca es $1-\frac{12}{35}=\frac{23}{35}\approx 0{,}657$.

Solución del ejercicio 2 (4 puntos)

a. Despejamos de la fórmula de la unión, $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$: $P(A\cap B)=0{,}6+0{,}5-0{,}8=0{,}3$.

b. Definición de probabilidad condicionada: $P(A\mid B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{0{,}3}{0{,}5}=0{,}6$.

c. Sí son independientes: $P(A)\cdot P(B)=0{,}6\cdot 0{,}5=0{,}3=P(A\cap B)$. También se ve en que $P(A\mid B)=P(A)=0{,}6$. Al ser A y B independientes, también lo son sus contrarios: $0{,}4\cdot 0{,}5=0{,}2$, que coincide con el apartado d.

d. Por De Morgan, , así que $P(\bar{A}\cap\bar{B})=1-P(A\cup B)=1-0{,}8=0{,}2$. Es la probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos sucesos.

Solución del ejercicio 3 (4 puntos)

a. Por columnas: mañana $60+15=75$ y tarde $45+30=75$. Por filas: inglés $60+45=105$ y alemán $15+30=45$. Total: 150 alumnos.

b. Por Laplace, $P(Al)=\frac{45}{150}=0{,}3$. Si sabemos que el alumno va por la tarde, el total pasa a ser 75: $P(Al\mid T)=\frac{30}{75}=0{,}4$.

c. Ahora el total son los 45 alumnos de alemán, de los que 15 van por la mañana: $P(M\mid Al)=\frac{15}{45}=\frac{1}{3}$. Un tercio de los alumnos de alemán va por la mañana.

Solución del ejercicio 4 (3 puntos)

a. Los dos medios son independientes, así que multiplicamos: $P(\text{ambos puntuales}) = 0{,}9 \cdot 0{,}95 = 0{,}855$. Es decir, el 85,5 % de los días llega puntual en todo el trayecto.
b. «Al menos uno se retrasa» es el suceso contrario de «los dos son puntuales»: $1 - 0{,}855 = 0{,}145$. Incluye los casos en que se retrasa solo el autobús, solo el metro o ambos.
c. Las probabilidades de retraso son $1 - 0{,}9 = 0{,}1$ y $1 - 0{,}95 = 0{,}05$. Por independencia, $P = 0{,}1 \cdot 0{,}05 = 0{,}005$. Solo un 0,5 % de los días se retrasan los dos.

Solución del ejercicio 5 (5 puntos)

a. Primera etapa, el grupo: I (0,45) y O (0,55). Segunda etapa: aprobar con 0,8 tras I y con 0,6 tras O; suspender con 0,2 y 0,4. Las ramas que salen de cada nodo suman 1: $0{,}8 + 0{,}2 = 1$ y $0{,}6 + 0{,}4 = 1$.
b. Teorema de la probabilidad total: $P(Ap) = 0{,}45 \cdot 0{,}8 + 0{,}55 \cdot 0{,}6 = 0{,}36 + 0{,}33 = 0{,}69$. La academia puede anunciar un 69 % de aprobados.
c. Teorema de Bayes: $P(I \mid Ap) = \dfrac{0{,}36}{0{,}69} = \dfrac{12}{23} \approx 0{,}5217$. Aunque el grupo intensivo tiene menos alumnos, aporta algo más de la mitad de los aprobados.
d. $P(Su) = 1 - 0{,}69 = 0{,}31$ y $P(O \cap Su) = 0{,}55 \cdot 0{,}4 = 0{,}22$. Por Bayes, $P(O \mid Su) = \dfrac{0{,}22}{0{,}31} \approx 0{,}7097$.