Ejercicios - Probabilidad

Curso: 1 Bachillerato Ccss · 20

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

Ejercicio 1

Ejercicio 1 – Sucesos al lanzar un dado

Se lanza un dado de seis caras y se consideran los sucesos $A =$ «salir par» y $B =$ «salir más de 4».

a. Escribe el espacio muestral E y los sucesos A y B como conjuntos.
b. Escribe $A \cup B$, $A \cap B$ y $\bar{A}$.
c. ¿Son A y B incompatibles? Justifícalo.
d. Escribe el suceso y calcula su probabilidad.

Ejercicio 2

Ejercicio 2 – La regla de Laplace con una urna

Una urna contiene 5 bolas rojas, 3 azules y 2 verdes, todas iguales al tacto.

a. Se extrae una bola. Calcula la probabilidad de que sea roja y la de que no sea verde.
b. Calcula la probabilidad de que sea roja o azul.
c. Se extraen dos bolas sin devolver la primera. Calcula la probabilidad de que las dos sean rojas.
d. Repite el apartado c) devolviendo la primera bola antes de sacar la segunda.

Ejercicio 3

Ejercicio 3 – Propiedades de la probabilidad

De dos sucesos A y B se sabe que $P(A) = 0{,}5$, $P(B) = 0{,}4$ y $P(A \cap B) = 0{,}2$.

a. Calcula $P(A \cup B)$ y $P(\bar{A})$.
b. Calcula $P(\bar{A} \cap \bar{B})$ usando las leyes de De Morgan.
c. Calcula $P(A \cap \bar{B})$, la probabilidad de que ocurra A pero no B.
d. ¿Son A y B independientes? Justifícalo.

Ejercicio 4

Ejercicio 4 – Dos dados

Se lanzan dos dados distintos (uno rojo y otro azul) y se anotan los dos resultados.

a. ¿Cuántos resultados tiene el espacio muestral? ¿Son equiprobables?
b. Calcula la probabilidad de que la suma sea 7 y la de que sea 10 o más.
c. Calcula la probabilidad de obtener al menos un 6.
d. Calcula la probabilidad de sacar dobles (los dos dados iguales).

Ejercicio 5

Ejercicio 5 – Probabilidad condicionada con una tabla

En un grupo de 200 personas se pregunta si tienen mascota y si viven en un piso o en una casa. Los resultados se recogen en la tabla.

	Piso	Casa	Total
Con mascota	50	30	
Sin mascota	100	20	
Total			

a. Completa los totales de la tabla.
b. Se elige una persona al azar. Calcula $P(\text{mascota})$ y $P(\text{casa})$.
c. Calcula $P(\text{mascota} \mid \text{casa})$ y $P(\text{casa} \mid \text{mascota})$.
d. ¿Son independientes los sucesos «tener mascota» y «vivir en casa»?

Ejercicio 6

Ejercicio 6 – Sucesos independientes

Los sucesos A y B son independientes, con $P(A) = 0{,}3$ y $P(B) = 0{,}6$.

a. Calcula $P(A \cap B)$.
b. Calcula $P(A \cup B)$.
c. Calcula $P(A \mid B)$ y explica el resultado.
d. Calcula la probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos.

Ejercicio 7

Ejercicio 7 – Un diagrama de árbol

En una bolsa hay 4 caramelos de fresa y 3 de limón. Marta saca uno, se lo come, y luego saca otro.

a. Dibuja el diagrama de árbol con las probabilidades de cada rama.
b. Calcula la probabilidad de que los dos sean de fresa.
c. Calcula la probabilidad de que los dos sean del mismo sabor.
d. Calcula la probabilidad de que sean de sabores distintos.

Ejercicio 8

Ejercicio 8 – Deporte en el instituto

En un instituto de Valladolid se ha preguntado a 400 alumnos si practican deporte fuera del horario escolar. La tabla recoge las respuestas por curso.

	1.º ESO	3.º ESO	1.º Bach.	2.º Bach.
Practica deporte	90	70	60	40
No practica	30	40	30	40

a. Calcula la probabilidad de que un alumno elegido al azar practique deporte.
b. Calcula la probabilidad de que un alumno de 1.º de ESO practique deporte.
c. Si un alumno practica deporte, ¿qué probabilidad hay de que sea de 2.º de Bachillerato?
d. ¿Es independiente practicar deporte del curso? Compara $P(\text{deporte} \mid 1.^{\text{o}}\,\text{ESO})$ con $P(\text{deporte})$.

Ejercicio 9

Ejercicio 9 – Móviles defectuosos

Una fábrica de móviles de Málaga tiene dos líneas de montaje. La línea 1 monta el 60 % de los móviles y el 3 % le salen defectuosos; la línea 2 monta el 40 % y el 5 % le salen defectuosos.

a. Dibuja el diagrama de árbol.
b. Calcula la probabilidad de que un móvil elegido al azar sea defectuoso.
c. Si un móvil es defectuoso, ¿qué probabilidad hay de que venga de la línea 1?
d. De cada 10 000 móviles, ¿cuántos defectuosos se esperan?

Ejercicio 10

Ejercicio 10 – Una prueba diagnóstica

Un laboratorio de Valencia ensaya una prueba rápida para detectar una alergia que afecta al 2 % de la población. La prueba da positivo en el 95 % de las personas alérgicas y en el 10 % de las no alérgicas.

a. Calcula la probabilidad de que una persona elegida al azar dé positivo.
b. Si una persona da positivo, ¿qué probabilidad hay de que sea alérgica?
c. Si da negativo, ¿qué probabilidad hay de que no sea alérgica?
d. Comenta la fiabilidad de un resultado positivo.

Ejercicio 11

Ejercicio 11 – Tiros libres

Una jugadora de un equipo de baloncesto de Gran Canaria encesta el 80 % de sus tiros

libres. Lanza dos tiros y se supone que los resultados son independientes.

a. Calcula la probabilidad de que enceste los dos tiros.
b. Calcula la probabilidad de que no enceste ninguno.
c. Calcula la probabilidad de que enceste exactamente uno.
d. ¿Cuántos puntos se esperan de media en cada pareja de tiros libres?

Ejercicio 12

Ejercicio 12 – Lluvia en Santander

Según los datos de la estación meteorológica de Santander, en noviembre llueve un sábado con probabilidad 0,4. Si llueve el sábado, la probabilidad de que llueva el domingo es 0,6; si no llueve el sábado, es 0,25.

a. Dibuja el diagrama de árbol.
b. Calcula la probabilidad de que llueva el domingo.
c. Calcula la probabilidad de que el fin de semana sea seco.
d. Si el domingo llovió, ¿qué probabilidad hay de que también lloviera el sábado?

Ejercicio 13

Ejercicio 13 – Aprobar dos asignaturas

En un grupo de 1.º de Bachillerato de Zaragoza, el 70 % aprueba Matemáticas, el 60 % aprueba Economía y el 50 % aprueba las dos.

a. Calcula la probabilidad de que un alumno apruebe al menos una de las dos.
b. Calcula la probabilidad de que no apruebe ninguna.
c. Si un alumno ha aprobado Matemáticas, ¿qué probabilidad hay de que apruebe Economía?
d. ¿Son independientes los dos sucesos? Interprétalo.

Ejercicio 14

Ejercicio 14 – El menú del día

Un restaurante de Cádiz ofrece un menú del día con tres primeros (gazpacho, ensalada y paella), cuatro segundos (merluza, pollo, ternera y tortilla) y dos postres (flan y fruta).

a. ¿Cuántos menús distintos se pueden formar? Usa el principio de multiplicación.
b. Un cliente elige al azar. ¿Qué probabilidad hay de que tome paella y merluza?
c. ¿Qué probabilidad hay de que el segundo no sea de carne?
d. ¿Qué probabilidad hay de que tome un menú sin carne con ensalada y fruta?

Ejercicio 15

Ejercicio 15 – El transporte público en Madrid

Una encuesta del consorcio de transportes de Madrid pregunta a 1 000 personas si usan el transporte público a diario. La tabla recoge las respuestas por grupo de edad. Se quiere saber si la edad influye en el uso del transporte y a qué grupo dirigir una campaña para captar nuevos usuarios.

	18-30 años	31-60 años	Más de 60	Total
Usa a diario	240	270	90	
No lo usa	60	230	110	
Total				1 000

a. Completa los totales y calcula la probabilidad de que una persona elegida al azar use el transporte público.
b. Calcula la probabilidad de que una persona joven (18-30 años) lo use y la de que lo use una persona mayor de 60 años.
c. Si una persona usa el transporte público, ¿qué probabilidad hay de que sea joven?
d. ¿Es independiente el uso del transporte de la edad? Justifícalo con probabilidades.
e. Entre los que no lo usan, ¿qué grupo de edad es el más numeroso? ¿A quién dirigirías la campaña? Razónalo.

Ejercicio 16

Ejercicio 16 – Fruta en mal estado

Una cadena de supermercados de Murcia compra la fruta a tres proveedores. El proveedor A sirve el 50 % de las cajas, el B el 30 % y el C el 20 %. Por la experiencia de otros años se sabe que el 2 % de las cajas de A llegan con fruta en mal estado, el 4 % de las de B y el 5 % de las de C. El encargado decide reclamar al proveedor que tenga más probabilidad de ser el responsable cuando aparezca una caja en mal estado.

a. Dibuja el diagrama de árbol con todas las probabilidades.
b. Calcula la probabilidad de que una caja llegue en mal estado.
c. Si una caja llega en mal estado, calcula la probabilidad de que venga de cada proveedor.
d. ¿A qué proveedor reclamará el encargado? ¿Es el que tiene mayor porcentaje de cajas en mal estado?
e. Si el supermercado recibe 2 000 cajas al mes, ¿cuántas se esperan en mal estado y cuántas de ellas de B?

Ejercicio 17

Ejercicio 17 – Salir de casa en el parchís

En el parchís, para sacar una ficha de casa hay que obtener un 5 con el dado. Pablo y sus primos juegan una partida en Navidad en Lugo. Pablo piensa que «si tiro seis veces, seguro que saco un 5». La tabla recoge la probabilidad de no haber sacado ningún 5 tras n tiradas.

Tiradas n	1	2	3	6
P(ningún 5)				

a. Calcula la probabilidad de sacar un 5 en una tirada y la de no sacarlo.
b. Calcula la probabilidad de sacar al menos un 5 en las tres primeras tiradas.
c. Completa la tabla para $n = 1, 2, 3, 6$ y calcula la probabilidad de sacar al menos un 5 en seis tiradas. ¿Tiene razón Pablo?
d. ¿Cuántas tiradas hacen falta para que la probabilidad de haber sacado al menos un 5 sea al menos 0,9?
e. Explica por qué ningún número de tiradas da probabilidad 1.

Ejercicio 18

Ejercicio 18 – Las alarmas del museo

Un museo de Madrid protege una sala con dos detectores independientes. Ante una intrusión, el detector de movimiento salta con probabilidad 0,9 y el de infrarrojos con probabilidad 0,8. La alarma general suena si salta al menos uno. El director se plantea instalar un tercer detector, de calor, que salta con probabilidad 0,7, también independiente de los otros.

a. Calcula la probabilidad de que, ante una intrusión, salten los dos detectores.
b. Calcula la probabilidad de que suene la alarma general.
c. Calcula la probabilidad de que salte exactamente un detector.
d. Si se añade el detector de calor, ¿cuál es la probabilidad de que suene la alarma?
e. ¿Merece la pena el tercer detector? Compara la probabilidad de que no suene la alarma en los dos casos.

Ejercicio 19

Ejercicio 19 – Los penaltis del equipo

En un equipo de fútbol de Sevilla, los penaltis los tiran dos jugadores. Álex tira el 60 % de los penaltis y marca el 80 % de los que tira; Bruno tira el 40 % restante y marca el 70 %. El entrenador quiere saber si debe cambiar el reparto.

a. Dibuja el diagrama de árbol.
b. Calcula la probabilidad de que el equipo marque un penalti.
c. Si se ha marcado un penalti, ¿qué probabilidad hay de que lo tirara Álex?
d. Si se ha fallado un penalti, ¿qué probabilidad hay de que lo tirara Bruno?
e. Si Álex tirase todos los penaltis, ¿cuál sería la probabilidad de marcar? ¿Qué le aconsejarías al entrenador?

Ejercicio 20

Ejercicio 20 – Desafío: el problema del cumpleaños

Se ignoran los años bisiestos y se supone que todos los días del año son igual de probables para nacer.

a. Calcula la probabilidad de que tres amigos hayan nacido en días distintos.
b. Calcula la probabilidad de que, de esos tres, al menos dos compartan cumpleaños.
c. Escribe la expresión de la probabilidad de que n personas cumplan años en días distintos.
d. Para $n = 23$ ese producto vale aproximadamente 0,4927. ¿Qué probabilidad hay de que en una clase de 23 alumnos dos cumplan años el mismo día? ¿Te sorprende?