Soluciones del examen - Estadística unidimensional

Curso: 1 Bachillerato Ccss · Duración: 55 minutos · /20

Solución del ejercicio 1 (4 puntos)

a. h_i: 0,167; 0,300; 0,267; 0,167; 0,100. F_i: 5, 14, 22, 27, 30. Cada h_i es $f_i : 30$; por ejemplo, $9 : 30 = 0{,}300$. La última acumulada coincide con $n = 30$.

b. $\bar{x} = \dfrac{0 \cdot 5 + 1 \cdot 9 + 2 \cdot 8 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 3}{30} = \dfrac{52}{30} = 1{,}733$ libros. La moda es 1 (9 jóvenes).

c. $n = 30$: los puestos 15 y 16 están en la frecuencia acumulada 22, es decir, en el valor 2. $Me = 2$. Es decir, la mitad de los jóvenes leyó 2 libros o menos.

d. $\sum x_i^2 f_i = 0 + 9 + 32 + 45 + 48 = 134$; $\sigma^2 = \dfrac{134}{30} - 1{,}733^2 = 1{,}462$; $\sigma = 1{,}209$. Se usa $\sigma^2 = \dfrac{\sum x_i^2 f_i}{n} - \bar{x}^2$. Con una desviación de 1,209, los datos están bastante dispersos respecto a la media de 1,733 libros.

Solución del ejercicio 2 (4 puntos)

a. Marcas: 10, 30, 50, 70, 90. $\sum m_i f_i = 4300$; $\bar{x} = \dfrac{4300}{80} = 53{,}75$ €. $\sum m_i^2 f_i = 268000$; $\sigma^2 = \dfrac{268000}{80} - 53{,}75^2 = 460{,}94$; $\sigma = 21{,}47$ €. En datos agrupados cada clase se representa por su marca. Productos: $10 \cdot 5 = 50$, $30 \cdot 15 = 450$, $50 \cdot 30 = 1500$, $70 \cdot 20 = 1400$ y $90 \cdot 10 = 900$, que suman 4 300.

b. $n/2 = 40$. Acumuladas: 5, 20, 50, 70, 80. Clase mediana $[40, 60)$: $Me = 40 + \dfrac{40 - 20}{30} \cdot 20 = 53{,}33$ €. La clase mediana es la primera cuya frecuencia acumulada supera 40; dentro de ella se reparten linealmente los 20 hogares que faltan hasta el puesto 40.

c. $CV = \dfrac{21{,}47}{53{,}75} = 39{,}9\,\%$. Un CV cercano al 40 % indica una dispersión relativa bastante alta: el gasto varía mucho de un hogar a otro. Respuesta: media de 53,75 € con una desviación típica de 21,47 €.

Solución del ejercicio 3 (4 puntos)

a. Con 9 datos: $Me = 9$ (quinto). Mitad inferior (4, 6, 7, 8): $Q_1 = \dfrac{6 + 7}{2} = 6{,}5$. Mitad

superior (10, 12, 14, 15): $Q_3 = \dfrac{12+14}{2} = 13$.

b. $RI = 13 - 6{,}5 = 6{,}5$. Límites: $6{,}5 - 9{,}75 = -3{,}25$ y $13 + 9{,}75 = 22{,}75$. No hay atípicos.

c. Caja de 6,5 a 13 con la línea de la mediana en 9, bigotes hasta 4 y 15. La mediana está más cerca de Q_1 que de Q_3: ligera asimetría hacia valores altos.

Solución del ejercicio 4 (4 puntos)

a. $CV = \dfrac{3}{12} = 25\,\%$. La desviación típica es la cuarta parte de la antigüedad media.

b. $CV = \dfrac{320}{1600} = 20\,\%$. Aquí la desviación es la quinta parte del salario medio.

c. La antigüedad (25 %) está más dispersa que el salario (20 %). Se compara con el CV y no con σ, porque las variables tienen unidades distintas (años y euros) y sus desviaciones no se pueden comparar directamente.

d. Media $1{,}1 \cdot 1600 = 1760$ €; desviación típica $1{,}1 \cdot 320 = 352$ €; el CV no cambia: $\dfrac{352}{1760} = 20\,\%$. Multiplicar todos los datos por 1,1 multiplica la media y la desviación por 1,1, y su cociente queda igual. Respuesta: media de 1 760 €, desviación de 352 € y CV del 20 %.

Solución del ejercicio 5 (4 puntos)

a. $\bar{x} = \dfrac{873}{10} = 87{,}3$. Mediana: media de los puestos 5 y 6 $= \dfrac{85+88}{2} = 86{,}5$. Moda: 85. La suma es $78 + 80 + 82 + 85 + 85 + 88 + 90 + 92 + 95 + 98 = 873$. La moda es 85 porque es el único valor repetido.

b. $\sum x^2 = 76595$; $\sigma^2 = 7659{,}5 - 87{,}3^2 = 38{,}21$; $\sigma = 6{,}18$ pulsaciones. Aquí $7659{,}5 = \dfrac{76595}{10}$ y $87{,}3^2 = 7621{,}29$.

c. Mitad inferior (78, 80, 82, 85, 85): $Q_1 = 82$. Mitad superior (88, 90, 92, 95, 98): $Q_3 = 92$.

d. Nuevo valor $= 0{,}95\,(x - 4) = 0{,}95\,x - 3{,}8$. Nueva media: $0{,}95 \cdot 87{,}3 - 3{,}8 = 79{,}13$. Nueva desviación típica: $0{,}95 \cdot 6{,}18 = 5{,}87$. Restar 4 no cambia la dispersión, pero multiplicar por 0,95 la reduce en la misma proporción que la media.