Ejercicios - Estadística bidimensional

Curso: 1 Bachillerato Ccss · 20

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

Ejercicio 1

Ejercicio 1 – Horas de estudio y nota

Cinco estudiantes de Bachillerato de un instituto de Burgos anotan las horas semanales que dedican a Matemáticas (x) y su nota en el último examen (y).

Horas (x)	1	2	3	4	5
Nota (y)	3	4	6	7	10

a. Representa la nube de puntos (describe su forma) e indica el signo de la correlación.
b. Calcula las medias $\bar{x}$ e $\bar{y}$.
c. Calcula las varianzas y la covarianza.
d. Calcula el coeficiente de correlación lineal e interprétalo.

Ejercicio 2

Ejercicio 2 – Tabla de doble entrada

En una encuesta a 100 jóvenes de Santander se pregunta si tienen bicicleta propia y si la usan para ir al instituto. Los resultados son los de la tabla.

	La usan	No la usan
Tienen bicicleta	30	20
No tienen bicicleta	10	40

a. Completa los totales de filas y de columnas (distribuciones marginales).
b. Calcula la proporción de jóvenes que usan la bicicleta para ir al instituto.
c. Entre los que tienen bicicleta, calcula la proporción de los que la usan (distribución condicionada).
d. Entre los que no tienen bicicleta, ¿qué proporción la usa? Compara y comenta.

Ejercicio 3

Ejercicio 3 – Covarianza y signo

Se observan cuatro parejas de datos: $(2,5)$, $(4,4)$, $(6,2)$ y $(8,1)$.

a. Calcula las medias y la covarianza con la fórmula .
b. Interpreta el signo de la covarianza.
c. Calcula el coeficiente de correlación.

d. ¿Qué cambiaría si se intercambiaran los papeles de x e y?

Ejercicio 4

Ejercicio 4 – Interpretar el coeficiente de correlación

Se han calculado los coeficientes de correlación de cuatro estudios sobre distintas variables.

a. $r = 0{,}95$ entre la renta de los hogares y el gasto en ocio.
b. $r = -0{,}85$ entre la edad de un coche y su precio de segunda mano.
c. $r = 0{,}12$ entre el número de calzado y la nota en Matemáticas.
d. $r = -1$ entre los litros que quedan en un depósito y los litros consumidos.

Ejercicio 5

Ejercicio 5 – Recta de regresión y predicción

Una academia de idiomas de Oviedo ha registrado el número de alumnos de sus cursos durante seis meses consecutivos (x = mes, y = alumnos).

Mes (x)	1	2	3	4	5	6
Alumnos (y)	40	48	55	66	71	82

a. Calcula las medias, varianzas y covarianza.
b. Halla la recta de regresión de y sobre x.
c. Predice el número de alumnos en el mes 7.
d. Calcula r y valora la fiabilidad de la predicción.

Ejercicio 6

Ejercicio 6 – Las dos rectas de regresión

Con los datos del ejercicio 1 (horas de estudio x: 1, 2, 3, 4, 5 y nota y: 3, 4, 6, 7, 10) se pueden calcular dos rectas de regresión.

a. Halla la recta de regresión de y sobre x.
b. Halla la recta de regresión de x sobre y.
c. Comprueba que las dos rectas pasan por el punto de medias $(\bar{x}, \bar{y})$.
d. Comprueba que $r^2 = b \cdot b'$, donde b y b' son las pendientes de cada recta como coeficientes de regresión.

Ejercicio 7

Ejercicio 7 – Calor y helados

Una heladería de la playa de Gandía anota la temperatura máxima del día (x, en grados) y el número de helados vendidos (y) durante seis días.

Temperatura (x)	18	22	25	28	31	34
Helados (y)	120	170	220	260	310	380

a. Calcula el coeficiente de correlación y descríbelo.
b. Halla la recta de regresión de y sobre x.
c. Predice las ventas de un día con 30 grados.
d. Interpreta la pendiente de la recta en este contexto.

Ejercicio 8

Ejercicio 8 – Publicidad y ventas

Una tienda de muebles de Zaragoza invierte cada mes una cantidad en publicidad (x, en miles de euros) y registra sus ventas (y, en miles de euros).

Publicidad (x)	2	3	5	6	8	10
Ventas (y)	20	24	32	35	45	52

a. Calcula r e interpreta el resultado.
b. Halla la recta de regresión de y sobre x.
c. Estima las ventas si se invierten 7 mil euros en publicidad.
d. ¿Qué ventas se esperan con 0 € de publicidad? ¿Tiene sentido el valor?

Ejercicio 9

Ejercicio 9 – Edad de un coche y su precio

Un concesionario de segunda mano de Valladolid anota la antigüedad de un modelo de coche (x, en años) y su precio (y, en miles de euros).

Antigüedad (x)	1	2	4	6	8
Precio (y)	18	16	13	10	7

a. Calcula el coeficiente de correlación e interprétalo.
b. Halla la recta de regresión de y sobre x.
c. Estima el precio de un coche de 5 años.
d. ¿Qué precio daría el modelo para un coche de 20 años? ¿Es razonable?

Ejercicio 10

Ejercicio 10 – Tiempo con el móvil y notas

En una clase de un instituto de Murcia se estudia la relación entre las horas diarias de móvil (x) y la nota media (y) de seis alumnos.

Horas móvil (x)	1	2	3	4	5	6
Nota (y)	8	7,5	7	6	5,5	4,5

a. Calcula la covarianza y el coeficiente de correlación.
b. Halla la recta de regresión de y sobre x.
c. Estima la nota de un alumno que usa el móvil 4,5 horas.
d. Un compañero afirma: «el móvil provoca las malas notas». ¿Se deduce eso de los datos? Razona la respuesta.

Ejercicio 11

Ejercicio 11 – Altura y peso

Un equipo de baloncesto juvenil de Pamplona anota la altura (x, en cm) y el peso (y, en kg) de seis jugadores.

Altura (x)	160	165	170	175	180	185
Peso (y)	55	60	65	70	76	82

a. Calcula r y la recta de regresión de y sobre x.
b. Estima el peso de un jugador de 178 cm.
c. Estima la altura de un jugador de 90 kg. ¿Puedes usar la misma recta? Razónalo.
d. Calcula el coeficiente de determinación r^2 e interprétalo.

Ejercicio 12

Ejercicio 12 – Interpolar o extrapolar

Una cooperativa agrícola de Lleida mide el rendimiento de un huerto (y, en kg) según la cantidad de abono aplicada (x, en kg).

Abono (x)	10	20	30	40	50
Rendimiento (y)	12	19	27	33	41

a. Halla la recta de regresión de y sobre x y el coeficiente r.
b. Estima el rendimiento con 25 kg de abono. ¿Es interpolación o extrapolación?
c. Estima el rendimiento con 100 kg de abono. ¿Es fiable? Razona.
d. Explica por qué, en realidad, un exceso de abono podría reducir la producción.

Ejercicio 13

Ejercicio 13 – El alquiler de un piso

En el barrio de Chamberí de Madrid se recogen la superficie (x, en m²) y el alquiler mensual (y, en euros) de seis pisos.

Superficie (x)	40	55	60	75	90	110
Alquiler (y)	620	780	850	980	1150	1380

a. Calcula el coeficiente de correlación.
b. Halla la recta de regresión de y sobre x e interpreta la pendiente.

c. Estima el alquiler de un piso de 80 m².
d. Compara con un piso real de 80 m² que cuesta 1 300 €. Calcula el residuo (valor real menos estimado) y coméntalo.

Ejercicio 14

Ejercicio 14 – Un dato atípico

Una tienda online de Sevilla analiza la relación entre el número de anuncios (x) y los pedidos recibidos (y) durante cinco semanas. En una sexta semana, una avería de la web hace que solo se reciba 1 pedido con 6 anuncios.

Anuncios (x)	1	2	3	4	5	6
Pedidos (y)	2	4	5	8	10	1

a. Calcula r y la recta de regresión con las cinco primeras semanas.
b. Calcula r y la recta de regresión con las seis semanas.
c. Compara los resultados y comenta el efecto del dato atípico.
d. ¿Qué decisión tomarías con ese dato atípico?

Ejercicio 15

Ejercicio 15 – Transporte y sexo

En una encuesta a 200 trabajadores de una empresa de Bilbao se pregunta cómo llegan al trabajo. Los datos de la tabla son los resultados.

	Coche	Transporte público	Bicicleta o a pie
Mujeres	60	30	30
Hombres	30	30	20

a. Calcula las distribuciones marginales de filas y columnas.
b. Calcula la probabilidad de que una persona elegida al azar use el transporte público.
c. Calcula la proporción de mujeres entre quienes usan el coche, y la de hombres entre quienes usan el coche.
d. Calcula la proporción de usuarios de transporte público entre las mujeres y entre los hombres.
e. Razona si el medio de transporte parece independiente del sexo.

Ejercicio 16

Ejercicio 16 – Velocidad y consumo

Un fabricante de automóviles prueba un modelo y mide el consumo de combustible (y, en litros cada 100 km) a distintas velocidades constantes (x, en km/h). Los datos están en la tabla.

Velocidad (x)	60	80	100	120	140	160
Consumo (y)	4,8	5,1	5,9	6,8	8	9,5

a. Calcula el coeficiente de correlación lineal.
b. Halla la recta de regresión de y sobre x.
c. Estima el consumo a 110 km/h y compáralo con una interpolación visual de la tabla (entre 100 y 120).
d. Observa la nube de puntos: ¿es la relación realmente lineal? ¿Qué tipo de función se ajustaría mejor?
e. Si a 130 km/h el consumo real fuera de 7,3 L, calcula el residuo.

Ejercicio 17

Ejercicio 17 – Experiencia y salario

Una consultora de recursos humanos de Valencia recoge los años de experiencia (x) y el salario bruto mensual (y, en euros) de ocho trabajadores de un sector. Los datos se resumen en la tabla.

Experiencia (x)	0	2	4	6	8	10	12	15
Salario (y)	1200	1320	1450	1530	1700	1780	1950	2150

a. Calcula medias, varianzas, covarianza y el coeficiente de correlación.
b. Halla la recta de regresión del salario sobre la experiencia e interpreta la pendiente.
c. Estima el salario de una persona con 9 años de experiencia y el de una persona con 20 años. Valora la fiabilidad de cada estimación.
d. Una trabajadora con 6 años cobra 1 650 €. Calcula su residuo e interprétalo.
e. ¿Qué porcentaje de la variabilidad del salario explica la experiencia?

Ejercicio 18

Ejercicio 18 – Renta familiar y gasto en ocio

Un ayuntamiento de Castilla y León estudia seis familias. La tabla recoge su renta mensual (x, en euros) y su gasto mensual en ocio (y, en euros).

Renta (x)	900	1100	1300	1600	1900	2300
Ocio (y)	110	150	170	230	270	340

a. Calcula r y justifica que el ajuste lineal es adecuado.
b. Halla la recta de regresión de y sobre x.
c. Estima el gasto en ocio de una familia con 1 500 € de renta.
d. Calcula qué proporción de la renta se dedica al ocio en el punto de medias.
e. ¿Qué renta haría falta para gastar 300 € en ocio? (usa la recta de x sobre y)

Ejercicio 19

Ejercicio 19 – La población de un municipio

La población de un municipio costero de Almería (en miles de habitantes) ha evolucionado así: el año 0 es 2019.

Año (x)	0	1	2	3	4	5
Población (y)	50	52	55	57	60	62

a. Calcula la recta de regresión de la población sobre el año.
b. Estima la población en 2026 (año 7). ¿Es interpolación o extrapolación?
c. Estima la población en el año 2060 (año 41) y comenta si es razonable.
d. Calcula r y explica por qué un valor alto de r no garantiza buenas predicciones lejanas.
e. El ayuntamiento afirma que «la población crece 2,4 mil habitantes cada año». Comprueba si es coherente con la pendiente.

Ejercicio 20

Ejercicio 20 – Desafío: cambios de unidades y rectas

Resuelve estos retos sobre correlación y regresión.

a. Se multiplican por 10 todos los valores de y del ejercicio 1 (de 3, 4, 6, 7, 10 pasan a 30, 40, 60, 70, 100). Calcula la nueva r y compárala con la anterior.
b. Calcula la nueva pendiente de la recta de regresión de y sobre x y compárala con la inicial.
c. Dos rectas de regresión son $y = 0{,}8x + 2$ y $x = 0{,}5y + 1$. Calcula r y el punto de medias.
d. Halla el coeficiente de correlación de unos datos cuya recta de y sobre x tiene pendiente $-1{,}2$ y cuya recta de x sobre y tiene pendiente $-0{,}3$ (las pendientes son $b = \sigma_{xy}/\sigma_x^2$ y $b' = \sigma_{xy}/\sigma_y^2$).