Klassenarbeit - Taylorreihen und Potenzreihen

Klasse: Studium 1 Semester · Dauer: 60 Minuten · /20

Name:	Datum:	**Note:** /20

Aufgabe	1	2	3	4	5	Gesamt
Punkte	5	4	4	4	3	**20**
Note						

Der Rechenweg muss angegeben werden.

Aufgabe 1 (5 BE/Punkte)

Aufgabe 1 – Taylorpolynom

Gegeben ist $f(x) = \sqrt{x}$ mit der Entwicklungsstelle $a = 4$.

a) Bestimmen Sie T_3.
b) Nähern Sie $\sqrt{4{,}4}$ und vergleichen Sie mit $2{,}0976177$.

Aufgabe 2 (4 BE/Punkte)

Aufgabe 2 – Konvergenzbereich

Untersuchen Sie $\sum_{k\geq 1} \frac{k\,x^k}{3^k}$.

a) Bestimmen Sie den Konvergenzradius.
b) Untersuchen Sie die Randpunkte.

Aufgabe 3 (4 BE/Punkte)

Aufgabe 3 – Grenzwerte

Berechnen Sie mit Taylorreihen.

a) $\lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1 - x - \frac{x^2}{2}}{x^3}$

b) $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x - x}{x^3}$

Aufgabe 4 (4 BE/Punkte)

Aufgabe 4 – Hinter dem Horizont

Die Erdoberfläche liegt im Abstand s um $h = R\left(1 - \cos\frac{s}{R}\right)$ unter der Tangentialebene ($R = 6371$ km).

a) Leiten Sie die Näherung $h \approx \frac{s^2}{2R}$ her.
b) Berechnen Sie h für $s = 5$ km.

Aufgabe 5 (3 BE/Punkte)

Aufgabe 5 – Logarithmusreihe

Aus $\frac{1}{1+t} = \sum(-t)^k$ erhält man durch Integration $\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots$

Nähern Sie $\ln 1{,}1$ mit drei Gliedern und geben Sie eine Fehlerschranke an.