Klassenarbeit - Stetigkeit und Grenzwerte von Funktionen

Klasse: Studium 1 Semester · Dauer: 60 Minuten · /20

Name:	Datum:	**Note: /20**

Aufgabe	1	2	3	4	5	Gesamt
Punkte	5	4	4	4	3	**20**
Note						

Der Rechenweg muss angegeben werden.

Aufgabe 1 (5 BE/Punkte)

Aufgabe 1 – Grenzwerte

Berechnen Sie.

a) $\lim_{x \to 3} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$

b) $\lim_{x \to 0} \frac{\sin 5x}{2x}$

c) $\lim_{x \to \infty} \left(\sqrt{x^2 + 4x} - x \right)$

Aufgabe 2 (4 BE/Punkte)

Aufgabe 2 – Stetigkeit mit Parameter

Gegeben ist $f(x) = ax + 1$ für $x \leq 2$ und $f(x) = x^2 - a$ für $x > 2$.

a) Bestimmen Sie a so, dass f stetig ist.
b) Ist f für dieses a bei 2 differenzierbar?

Aufgabe 3 (4 BE/Punkte)

Aufgabe 3 – Nullstellen

Gegeben ist $f(x) = x^3 - 3x + 1$.

a) Zeigen Sie mit dem Zwischenwertsatz, dass f in $[-2, 2]$ drei Nullstellen hat.
b) Grenzen Sie die Nullstelle in $[0, 1]$ mit zwei Bisektionsschritten ein.

Aufgabe 4 (4 BE/Punkte)

Aufgabe 4 – Tee kühlt ab

Die Temperatur einer Tasse Tee ist $T(t) = 20 + 60e^{-0{,}05t}$ (°C, t in Minuten).

a) Bestimmen Sie $\lim_{t \to \infty} T(t)$.

b) Begründen Sie, dass der Tee einmal genau 50 °C hat, und berechnen Sie den Zeitpunkt.

Aufgabe 5 (3 BE/Punkte)

Aufgabe 5 – Folgenkriterium

Gegeben ist $H(x) = 1$ für $x \geq 0$ und $H(x) = 0$ für x.

Zeigen Sie mit einer Folge, dass H in 0 unstetig ist.