Klassenarbeit - Reihen und Konvergenzkriterien

Klasse: Studium 1 Semester · Dauer: 60 Minuten · /20

Name:	Datum:	**Note: /20**

Aufgabe	1	2	3	4	5	Gesamt
Punkte	4	6	4	3	3	**20**
Note						

Der Rechenweg muss angegeben werden.

Aufgabe 1 (4 BE/Punkte)

Aufgabe 1 – Reihenwerte

Berechnen Sie die Werte der Reihen.

a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3}{5^k}$

b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2+3k+2}$

Aufgabe 2 (6 BE/Punkte)

Aufgabe 2 – Konvergenz untersuchen

Untersuchen Sie die Reihen auf Konvergenz. Nennen Sie jeweils das verwendete Kriterium.

a) $\sum \frac{k^2}{2^k}$

b) $\sum \frac{1}{\sqrt{k}+1}$

c) $\sum_{k\geq 1} \frac{(-1)^k}{\ln(k+1)}$

d) $\sum \left(\frac{2k}{3k+1}\right)^k$

Aufgabe 3 (4 BE/Punkte)

Aufgabe 3 – Der Flummi

Ein Flummi wird aus 3 m Höhe fallen gelassen und springt jeweils auf die Hälfte der vorigen Höhe.

a) Wie hoch springt er nach dem vierten Aufprall?
b) Welche Gesamtstrecke legt er zurück?

Aufgabe 4 (3 BE/Punkte)

Aufgabe 4 – Fehlerabschätzung

Die Reihe $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k^2}$ hat den Wert $\frac{\pi^2}{12}$.

a) Begründen Sie die Konvergenz.
b) Wie viele Glieder braucht man nach Leibniz für einen Fehler unter $0{,}01$?

Aufgabe 5 (3 BE/Punkte)

Aufgabe 5 – Notwendiges Kriterium

Theorie.

a) Beweisen Sie: Konvergiert $\sum a_k$, so gilt $a_k \to 0$.
b) Zeigen Sie an einem Beispiel, dass die Umkehrung falsch ist.