Klassenarbeit - Mengen, Relationen und Abbildungen

Klasse: Studium 1 Semester · Dauer: 60 Minuten · /20

Name:	Datum:	**Note:** /20

Aufgabe	1	2	3	4	5	Gesamt
Punkte	4	4	5	4	3	**20**
Note						

Der Rechenweg muss angegeben werden.

Aufgabe 1 (4 BE/Punkte)

Aufgabe 1 – Mengen

Gegeben sind $A = \{x \in \mathbb{Z} : -2 \leq x \leq 3\}$ und $B = \{x \in \mathbb{Z} : x^2$.

a) Geben Sie A und B aufzählend an.
b) Bestimmen Sie $A \cap B$, $A \setminus B$ und $|\mathcal{P}(B)|$.

Aufgabe 2 (4 BE/Punkte)

Aufgabe 2 – Äquivalenzrelation

Auf $\mathbb{Z}$ sei $a \sim b \iff 3 \mid a - b$.

a) Zeigen Sie, dass $\sim$ eine Äquivalenzrelation ist.
b) Geben Sie die Klassen an. In welcher Klasse liegt -10?

Aufgabe 3 (5 BE/Punkte)

Aufgabe 3 – Bijektion

Gegeben ist $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R} \setminus \{2\}$, $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$.

a) Zeigen Sie, dass f injektiv ist.
b) Zeigen Sie, dass f surjektiv ist, und geben Sie f^{-1} an.
c) Berechnen Sie $f^{-1}(5)$ und machen Sie die Probe.

Aufgabe 4 (4 BE/Punkte)

Aufgabe 4 – In der Mensa

Von 200 Studierenden essen an einem Tag 120 Pasta, 90 Salat und 40 beides.

a) Wie viele essen keins von beiden?
b) Wie viele essen nur Salat?

c) Wie viele essen genau eines der beiden Gerichte?

Aufgabe 5 (3 BE/Punkte)

Aufgabe 5 – De Morgan

Beweisen Sie für Teilmengen A, B einer Grundmenge G mit einem Elementbeweis.