Klassenarbeit - Lineare Gleichungssysteme und Gauß-Algorithmus

Klasse: Studium 1 Semester · Dauer: 60 Minuten · /20

Name:	Datum:	**Note:** /20

Aufgabe	1	2	3	4	5	Gesamt
Punkte	4	4	5	4	3	**20**
Note						

Der Rechenweg muss angegeben werden.

Aufgabe 1 (4 BE/Punkte)

Aufgabe 1 – Ein eindeutig lösbares System

Lösen Sie mit dem Gauß-Algorithmus: $x + y + z = 6$, $x + 2y + 3z = 14$, $2x + y + z = 7$.

a) Bringen Sie die erweiterte Matrix auf Zeilenstufenform.
b) Bestimmen Sie die Lösung und machen Sie die Probe.

Aufgabe 2 (4 BE/Punkte)

Aufgabe 2 – Unendlich viele Lösungen

Gegeben ist $x + 2y - z = 3$, $2x + 4y + z = 9$.

a) Bestimmen Sie die Lösungsmenge in Parameterform.
b) Geben Sie eine spezielle Lösung und eine Basis des Lösungsraums des homogenen Systems an.

Aufgabe 3 (5 BE/Punkte)

Aufgabe 3 – Parameter

Untersuchen Sie $x + y + z = 1$, $2x + 3y + 4z = 3$, $x + 2y + az = c$ in Abhängigkeit von a und c.

a) Führen Sie den Gauß-Algorithmus durch.
b) Geben Sie an, wann es keine, genau eine oder unendlich viele Lösungen gibt.
c) Bestimmen Sie die Lösungsmenge im Fall unendlich vieler Lösungen.

Aufgabe 4 (4 BE/Punkte)

Aufgabe 4 – Kinoabend

Ein Programmkino verkauft an einem Abend 200 Karten zu 6 € (Kinder), 8 € (Studierende) und 11 € (Erwachsene). Die Einnahmen betragen 1870 €. Es wurden doppelt so viele Studierendenkarten wie Kinderkarten verkauft.

a) Stellen Sie das Gleichungssystem auf.
b) Lösen Sie es und deuten Sie das Ergebnis.

Aufgabe 5 (3 BE/Punkte)

Aufgabe 5 – Theorie

Sei A eine 3×4-Matrix.

a) Begründen Sie, dass $Ax = 0$ eine Lösung $x \neq 0$ besitzt.
b) Zeigen Sie: Sind x_1, x_2 Lösungen von $Ax = b$, so löst $x_1 - x_2$ das homogene System.