Klassenarbeit - Folgen und Grenzwerte

Klasse: Studium 1 Semester · Dauer: 60 Minuten · /20

Name:	Datum:	**Note: /20**

Aufgabe	1	2	3	4	5	Gesamt
Punkte	6	4	4	3	3	**20**
Note						

Der Rechenweg muss angegeben werden.

Aufgabe 1 (6 BE/Punkte)

Aufgabe 1 – Grenzwerte berechnen

Berechnen Sie die Grenzwerte beziehungsweise beweisen Sie sie.

a) $\lim \frac{4n^2-n}{2n^2+3}$

b) $\lim \left(\sqrt{n^2+3n}-n\right)$

c) Beweisen Sie mit der Epsilon-Definition $\lim \frac{3n-1}{n+1} = 3$ und geben Sie N für $\varepsilon = 0{,}01$ an.

Aufgabe 2 (4 BE/Punkte)

Aufgabe 2 – Rekursive Folge

Gegeben ist $a_1 = 1$ und $a_{n+1} = \sqrt{6 + a_n}$.

a) Zeigen Sie durch Induktion a_n und $a_{n+1} > a_n$.
b) Bestimmen Sie den Grenzwert.

Aufgabe 3 (4 BE/Punkte)

Aufgabe 3 – Alkoholabbau

Nach einer Feier beträgt der Blutalkoholgehalt eines Studenten um Mitternacht $1{,}0$ Promille. Stündlich werden $15\,\%$ des jeweils vorhandenen Wertes abgebaut.

a) Stellen Sie die Formel für den Wert c_n nach n Stunden auf.
b) Welchen Grenzwert hat (c_n)?
c) Nach wie vielen vollen Stunden liegt der Wert unter $0{,}2$ Promille?

Aufgabe 4 (3 BE/Punkte)

Aufgabe 4 – Divergenz

Untersuchen Sie $a_n = (-1)^n + \frac{1}{n}$.

a) Bestimmen Sie die Häufungspunkte.
b) Folgern Sie die Divergenz.

Aufgabe 5 (3 BE/Punkte)

Aufgabe 5 – Sandwich

Bestimmen Sie die Grenzwerte mit dem Einschließungskriterium.

a) $\frac{\cos n}{n^2+1}$
b) $\frac{n}{2^n}$