Klassenarbeit - Differenzierbarkeit und Mittelwertsatz

Klasse: Studium 1 Semester · Dauer: 60 Minuten · /20

Name:	Datum:	**Note:** /20

Aufgabe	1	2	3	4	5	Gesamt
Punkte	5	4	4	4	3	**20**
Note						

Der Rechenweg muss angegeben werden.

Aufgabe 1 (5 BE/Punkte)

Aufgabe 1 – Ableitungen

Leiten Sie ab und vereinfachen Sie.

a) $f(x) = x^2 e^{-x}$

b) $g(x) = \dfrac{x^2 + 1}{x - 1}$

c) Bestimmen Sie die Tangente an $h(x) = e^{2x}$ im Punkt $x_0 = 0$.

Aufgabe 2 (4 BE/Punkte)

Aufgabe 2 – Anschlussstelle

Die Funktion $f(x) = x^2$ für $x \leq 2$ und $f(x) = ax + b$ für $x > 2$ soll in $x = 2$ differenzierbar sein.

a) Bestimmen Sie a und b.
b) Begründen Sie, warum mit diesen Werten auch Stetigkeit vorliegt.

Aufgabe 3 (4 BE/Punkte)

Aufgabe 3 – Das Beet an der Hauswand

Ein Hobbygärtner will an einer Hauswand ein rechteckiges Beet anlegen. Er hat 40 m Beeteinfassung; an der Hauswand wird keine benötigt. Die zwei Seiten senkrecht zur Wand sind je x Meter lang.

a) Stellen Sie die Fläche $A(x)$ auf.
b) Bestimmen Sie die Seitenlängen für maximale Fläche und die Fläche selbst.
c) Begründen Sie, dass es sich um ein Maximum handelt.

Aufgabe 4 (4 BE/Punkte)

Aufgabe 4 – Grenzwerte

Bestimmen Sie die Grenzwerte mit der Regel von L'Hospital.

a) $\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{\sin 2x}$
b) $\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

Aufgabe 5 (3 BE/Punkte)

Aufgabe 5 – Radarkontrolle

Auf einer Teststrecke wird ein Fahrzeug nur am Anfang und am Ende gemessen: 3 km in 80 s. Erlaubt sind 120 km/h.

a) Berechnen Sie die Durchschnittsgeschwindigkeit in km/h.
b) Beweisen Sie mit dem Mittelwertsatz, dass das Fahrzeug zeitweise schneller als erlaubt war.