Klassenarbeit - Aussagenlogik und Beweisprinzipien

Klasse: Studium 1 Semester · Dauer: 60 Minuten · /20

Name:	Datum:	**Note: /20**

Aufgabe	1	2	3	4	5	Gesamt
Punkte	5	4	4	3	4	**20**
Note						

Der Rechenweg muss angegeben werden.

Aufgabe 1 (5 BE/Punkte)

Aufgabe 1 – Wahrheitstafel und Negation

Gegeben ist die Aussage $S = (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C)$ für Aussagen A, B, C.

a) Stellen Sie die Wahrheitstafel für S auf (8 Zeilen).
b) Bilden Sie die Negation $\neg S$ ohne Implikationspfeil.

Aufgabe 2 (4 BE/Punkte)

Aufgabe 2 – Quantoren

Betrachten Sie die Aussagen über $\mathbb{R}$: (1) $\forall x\, \exists y:\ y^3 = x$, (2) $\exists y\, \forall x:\ y \leq x^2$.

a) Entscheiden Sie, welche Aussage wahr ist, und begründen Sie.
b) Verneinen Sie beide Aussagen.

Aufgabe 3 (4 BE/Punkte)

Aufgabe 3 – Beweis durch Kontraposition

Beweisen Sie: Ist $n^2 - 1$ nicht durch 8 teilbar, so ist n gerade. Schreiben Sie zuerst die Kontraposition auf.

a) Kontraposition formulieren.
b) Beweis führen.

Aufgabe 4 (3 BE/Punkte)

Aufgabe 4 – Der Zugang zum Labor

Das Chemielabor öffnet sich, wenn gilt: Wer das Labor betritt, hat die Sicherheitsbelehrung absolviert (B), und er trägt einen Kittel (K) oder hat eine Sondergenehmigung (G). Die Regel lautet $Z = B \wedge (K \vee G)$.

a) In wie vielen der 8 Belegungen öffnet sich die Tür?
b) Bilden Sie die Negation und beschreiben Sie sie in Worten.
c) Eine Studentin hat die Belehrung, aber weder Kittel noch Genehmigung. Wird sie eingelassen?

Aufgabe 5 (4 BE/Punkte)

Aufgabe 5 – Irrationalität und Gegenbeispiel

Zwei Behauptungen aus dem Skript einer Kommilitonin sind zu prüfen.

a) „Die Summe zweier irrationaler Zahlen ist irrational.“ Widerlegen Sie dies durch ein Gegenbeispiel.
b) Beweisen Sie durch Widerspruch: $\sqrt{2}+1$ ist irrational. (Sie dürfen verwenden, dass $\sqrt{2}$ irrational ist.)