Klassenarbeit - Wachstumsmodelle und Differenzialgleichungen

Klasse: Qualifikationsphase Abitur · Dauer: 60 Minuten · /20

Name:	Datum:	**Note:** /20

Aufgabe	1	2	3	4	5	Gesamt
Punkte	5	5	4	4	2	**20**
Note						

Der Rechenweg muss angegeben werden.

Aufgabe 1 (5 BE/Punkte)

Aufgabe 1 – Exponentielles Wachstum

Ein Bestand wächst nach $N(t) = 500\,\mathrm{e}^{0{,}08t}$ (t in Jahren).

a) Zeigen Sie, dass N die DGL $N' = 0{,}08N$ löst. (2 BE)
b) Berechnen Sie die Verdopplungszeit. (2 BE)
c) Berechnen Sie den Bestand nach 10 Jahren. (1 BE)

Aufgabe 2 (5 BE/Punkte)

Aufgabe 2 – Der Tee

Ein Tee ($95\,^\circ\mathrm{C}$) kühlt in einem $21\,^\circ\mathrm{C}$ warmen Raum nach $T(t) = 21 + 74\,\mathrm{e}^{-0{,}08t}$ ab (t in Minuten).

a) Welche Temperatur hat er nach 10 Minuten? (1 BE)
b) Wann hat er $40\,^\circ\mathrm{C}$? (2 BE)
c) Geben Sie die DGL an und deuten Sie die Konstante $0{,}08$. (2 BE)

Aufgabe 3 (4 BE/Punkte)

Aufgabe 3 – Lösung prüfen

Zeigen Sie, dass $g(t) = 10 - 7\,\mathrm{e}^{-0{,}2t}$ die DGL $g' = 0{,}2(10 - g)$ löst, und geben Sie die Schranke an.

a) Nachweis. (3 BE)
b) Schranke. (1 BE)

Aufgabe 4 (4 BE/Punkte)

Aufgabe 4 – Logistisches Wachstum

Für $f(t) = \dfrac{100}{1 + 9\,\mathrm{e}^{-0{,}5t}}$ gilt $G = 100$.

a) Bestimmen Sie $f(0)$. (1 BE)
b) Bestimmen Sie den Zeitpunkt der stärksten Zunahme. (3 BE)

Aufgabe 5 (2 BE/Punkte)

Aufgabe 5 – Modellkritik

Erklären Sie, warum exponentielles Wachstum nur kurzfristig realistisch ist, und nennen Sie ein besseres Modell. (2 BE)

Lösen Sie die Aufgabe.