Klassenarbeit - Stammfunktion und Integral

Klasse: Qualifikationsphase Abitur · Dauer: 60 Minuten · /20

Name:	Datum:	**Note: /20**

Aufgabe	1	2	3	4	5	Gesamt
Punkte	4	3	2	6	5	**20**
Note						

Der Rechenweg muss angegeben werden.

Aufgabe 1 (4 BE/Punkte)

Aufgabe 1 – Stammfunktionen und Integrale

Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

a) Bestimmen Sie die Stammfunktion F von f mit $F(0) = 2$. (2 BE)
b) Berechnen Sie $\int_0^3 f(x)\,dx$. (2 BE)

Aufgabe 2 (3 BE/Punkte)

Aufgabe 2 – Lineare Verkettung

Berechnen Sie $\int_0^2 (3x+1)^2\,dx$ mithilfe einer Stammfunktion.

a) Bilden Sie die Stammfunktion und führen Sie die Probe durch. (1 BE)
b) Berechnen Sie das Integral. (2 BE)

Aufgabe 3 (2 BE/Punkte)

Aufgabe 3 – Grenze bestimmen

Bestimmen Sie $a > 0$ mit $\int_1^a \frac{1}{x^2}\,dx = \frac{1}{2}$. (2 BE)

Lösen Sie die Aufgabe.

Aufgabe 4 (6 BE/Punkte)

Aufgabe 4 – Das Becken

Die Änderungsrate der Wassermenge in einem Becken beträgt $r(t) = 4 - t$ (in m^3 pro Stunde, $0 \le t \le 6$, t in Stunden). Zu Beginn sind $10\,\mathrm{m}^3$ im Becken.

t in h	0	2	4	6
$r(t)$ in m^3/h	4	2	0	-2

a) Geben Sie den Bestand $B(t)$ an. (2 BE)
b) Berechnen Sie den Bestand nach 6 Stunden. (1 BE)
c) Begründen Sie, dass der Bestand zwischen $t = 4$ und $t = 6$ abnimmt, und geben Sie den größten Bestand an. (3 BE)

Aufgabe 5 (5 BE/Punkte)

Aufgabe 5 – Integralfunktion

Gegeben ist $J(x) = \int_0^x \left(3t^2 - 6t\right)\,dt$.

a) Berechnen Sie $J(x)$ und bestimmen Sie die Nullstellen von J. (2 BE)
b) Bestimmen Sie die Extremstellen von J und geben Sie ihre Art an, ohne die zweite Ableitung zu bilden. (3 BE)