Lösungen zur Klassenarbeit - Hypothesentests

Klasse: Qualifikationsphase Abitur · Dauer: 60 Minuten · /20

Lösung zu Aufgabe 1 (5 BE/Punkte)

Lösungsweg und Bewertung: Der Kunde will die Behauptung widerlegen, deshalb steht „mehr als $10\,\%$ verspätet“ in der Gegenhypothese (eine BE). Den Ablehnungsbereich bestimmt man mit kumulierten Wahrscheinlichkeiten und notiert beide Nachbarwerte um die Grenze (drei BE). Abschließend wird das Stichprobenergebnis eingeordnet und die Entscheidung formuliert (eine BE).

a) $H_0 : p \leq 0{,}1$, $H_1 : p > 0{,}1$. (1 BE)
b) $P(X \geq 13) \approx 0{,}0538 > 0{,}05$, $P(X \geq 14) \approx 0{,}0267 \leq 0{,}05$: $\{14; \ldots; 80\}$. (3 BE)
c) 12: H_0 wird nicht abgelehnt. (1 BE)

Lösung zu Aufgabe 2 (5 BE/Punkte)

Lösungsweg und Bewertung: Beim rechtsseitigen Test sucht man das kleinste k mit $P(X \geq k) \leq 0{,}05$ unter $p = 0{,}2$ (zwei BE). Der Fehler 2. Art ist die Wahrscheinlichkeit des Annahmebereichs unter $p = 0{,}3$ (zwei BE). In der Interpretation wird erklärt, wie oft der Test eine solche Abweichung übersehen würde (eine BE).

a) $P(X \geq 28) \approx 0{,}0342 \leq 0{,}05$: $\{28; \ldots; 100\}$. (2 BE)
b) $\beta = P_{0{,}3}(X \leq 27) \approx 0{,}2964$. (2 BE)
c) Beträgt der Anteil in Wahrheit $30\,\%$, übersieht der Test dies in etwa $30\,\%$ der Fälle. (1 BE)

Lösung zu Aufgabe 3 (4 BE/Punkte)

Lösungsweg und Bewertung: Die nachzuweisende Verbesserung gehört in die Gegenhypothese, damit sie mit kontrollierter Irrtumswahrscheinlichkeit belegt wird; diese Begründung bringt zwei Bewertungseinheiten. Der rechtsseitige Ablehnungsbereich wird mit kumulierten Wahrscheinlichkeiten unter $p = 0{,}8$ bestimmt; dabei werden beide Nachbarwerte angegeben (zwei BE).

a) $H_0 : p \leq 0{,}8$, $H_1 : p > 0{,}8$: Die Verbesserung soll mit kontrollierter Irrtumswahrscheinlichkeit nachgewiesen werden, also steht sie in H_1. (2 BE)
b) $P(X \geq 54) \approx 0{,}0308 \leq 0{,}05$, $P(X \geq 53) \approx 0{,}0670 > 0{,}05$: $\{54; \ldots; 60\}$. (2 BE)

Lösung zu Aufgabe 4 (4 BE/Punkte)

Lösungsweg und Bewertung: Die Konkurrentin bezweifelt den hohen Anteil, also linksseitiger Test mit $p_0 = 0{,}7$ (eine BE). Gesucht ist das größte k mit $P(X \leq k) \leq 0{,}05$; beide Nachbarwerte werden notiert (zwei BE). Die Beobachtung wird mit dem Ablehnungsbereich verglichen und in einem Satz entschieden (eine BE). Kontrolle: $\mu = 70$, $\sigma \approx 4{,}58$; die Grenze 61 liegt knapp zwei Standardabweichungen unter dem

Erwartungswert, wie es bei $\alpha = 5\,\%$ zu erwarten ist.

a) $H_0 : p \geq 0{,}7$, $H_1 : p$. (1 BE)
b) $P(X \leq 61) \approx 0{,}0340 \leq 0{,}05$, $P(X \leq 62) \approx 0{,}0530 > 0{,}05$: $\{0; \ldots; 61\}$. (2 BE)
c) $61 \leq 61$: H_0 wird abgelehnt. (1 BE)

Lösung zu Aufgabe 5 (2 BE/Punkte)

Lösungsweg und Bewertung: Ein kleineres Signifikanzniveau verlangt eine strengere Bedingung für den Ablehnungsbereich. Dieser wird deshalb kleiner, der Annahmebereich größer, und damit steigt die Wahrscheinlichkeit, eine tatsächlich vorhandene Abweichung zu übersehen. Für die Richtung beider Veränderungen und ihre Begründung gibt es je eine Bewertungseinheit.

Der Ablehnungsbereich wird kleiner (er beginnt bei einem größeren k), weil $P(X \geq k) \leq 0{,}01$ strenger ist. Damit wird der Annahmebereich größer, und β wächst. (2 BE)