Lösungen zur Klassenarbeit - Funktionenscharen

Klasse: Qualifikationsphase Abitur · Dauer: 60 Minuten · /20

Lösung zu Aufgabe 1 (6 BE/Punkte)

Lösungsweg und Bewertung: Die Nullstellen erhält man durch Ausklammern von x (zwei BE). Für den Tiefpunkt wird nach x abgeleitet, a bleibt als Konstante stehen; die Nullstelle der Ableitung liefert die Stelle, Einsetzen den Funktionswert (zwei BE). Für die Ortskurve wird a aus den Koordinaten eliminiert (zwei BE).

a) $x(x-2a)=0 \Rightarrow x=0,\ x=2a$. (2 BE)
b) $f_a{}'(x)=2x-2a=0 \Rightarrow x=a$; $T(a\mid -a^2)$. (2 BE)
c) $x=a \Rightarrow y=-x^2$. (2 BE)

Lösung zu Aufgabe 2 (4 BE/Punkte)

Lösungsweg und Bewertung: Man ordnet den Funktionsterm nach dem Parameter und klammert a aus. Der Funktionswert hängt nicht von a ab, wenn der Faktor vor a null ist; das liefert die beiden x-Werte. Durch Einsetzen erhält man die festen Punkte. Ansatz, Lösen und Punkte bringen zusammen vier Bewertungseinheiten.

Der Term hängt nicht von a ab, wenn $x^2-4=0$: $x=\pm 2$, jeweils $y=1$. Punkte $(-2\mid 1)$ und $(2\mid 1)$. (4 BE)

Lösung zu Aufgabe 3 (4 BE/Punkte)

Lösungsweg und Bewertung: Eine quadratische Funktion hat genau eine Nullstelle, wenn die Diskriminante null ist. Daraus entsteht eine Gleichung für a mit zwei Lösungen (zwei BE). Für jede Lösung wird der Term als Quadrat geschrieben und die doppelte Nullstelle angegeben (zwei BE). Ein Antwortsatz fasst beide Fälle zusammen. Kontrolle: Für $a=4$ gilt $f_4(2)=4-8+4=0$ und $f_4'(2)=0$: Die Parabel berührt die x-Achse.

Diskriminante $a^2-16=0 \Rightarrow a=\pm 4$. $a=4$: $(x-2)^2$, Nullstelle $x=2$; $a=-4$: $(x+2)^2$, Nullstelle $x=-2$. (4 BE)

Lösung zu Aufgabe 4 (4 BE/Punkte)

Lösungsweg und Bewertung: Die Ableitung wird mit der Produktregel gebildet, der Faktor $a\,\mathrm{e}^{-x}$ ausgeklammert und null gesetzt; der Vorzeichenwechsel bestätigt den Hochpunkt, und der Funktionswert ergibt $\frac{a}{\mathrm{e}}$ (drei BE). Für die zweite Frage setzt man diesen Wert gleich 1 und löst nach a (eine BE).

a) $f_a{}'(x)=a\,\mathrm{e}^{-x}(1-x)=0 \Rightarrow x=1$, Vorzeichenwechsel $+\to -$; $f_a(1)=\frac{a}{\mathrm{e}}$. (3 BE)
b) $a=\mathrm{e}$. (1 BE)

Lösung zu Aufgabe 5 (2 BE/Punkte)

Lösungsweg und Bewertung: Für jede einzelne Funktion der Schar ist der Parameter eine feste Zahl; abgeleitet wird nur nach der Variablen x. Deshalb bleibt a nach der Faktorregel als Vorfaktor stehen. Für die Begründung und für die korrekte Ableitung gibt es je eine Bewertungseinheit.

Für jede einzelne Funktion der Schar ist a fest; abgeleitet wird nur nach der Variablen x : $f_a{}'(x) = 3ax^2$ (Faktorregel). (2 BE)