Arbeitsblatt - Satz des Pythagoras

Klasse: Klasse 9 · 20

Der Rechenweg muss angegeben werden.

Aufgabe 1

Aufgabe 1 – Hypotenuse berechnen

Berechne die Hypotenuse mit $c = \sqrt{a^2 + b^2}$. Runde auf zwei Nachkommastellen, wenn das Ergebnis nicht ganzzahlig ist.

a) $a = 9$ cm, $b = 12$ cm
b) $a = 2{,}4$ m, $b = 1{,}8$ m
c) $a = 11$ cm, $b = 60$ cm
d) $a = b = 7$ cm

Aufgabe 2

Aufgabe 2 – Kathete berechnen

Berechne die fehlende Kathete mit $a = \sqrt{c^2 - b^2}$.

a) $c = 26$ cm, $a = 10$ cm
b) $c = 8{,}5$ m, $b = 4$ m
c) $c = 9$ cm, $b = 6$ cm

Aufgabe 3

Aufgabe 3 – Rechtwinklig oder nicht?

Prüfe mit der Umkehrung des Satzes von Pythagoras: Die längste Seite ist c.

a) $0{,}9$ m, $1{,}2$ m, $1{,}5$ m
b) 12 cm, 35 cm, 37 cm
c) 8 cm, 15 cm, 18 cm
d) $1{,}5$ m, 2 m, $2{,}5$ m

Aufgabe 4

Aufgabe 4 – Quadrate und gleichseitiges Dreieck

Über den Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks sind Quadrate errichtet. Die Flächen der beiden kleinen Quadrate sind $49\,\text{cm}^2$ und $576\,\text{cm}^2$.

a) Berechne die Fläche des großen Quadrats und die Hypotenuse.
b) Berechne die Höhe und die Fläche eines gleichseitigen Dreiecks mit der Seite 8 cm.
c) Leite $h = \frac{a}{2}\sqrt{3}$ allgemein her.

Aufgabe 5

Aufgabe 5 – Rechteck und Raute

Die Diagonalen einer Raute stehen senkrecht aufeinander und halbieren sich.

a) Ein Rechteck hat die Diagonale 17 cm und eine Seite von 8 cm. Berechne die andere Seite, Umfang und Fläche.
b) Eine Raute hat die Diagonalen $e = 24$ cm und $f = 10$ cm. Berechne die Seitenlänge.
c) Berechne Umfang und Fläche der Raute ($A = \frac{e \cdot f}{2}$).

Aufgabe 6

Aufgabe 6 – Das Trapez

Ein gleichschenkliges Trapez hat die Grundseiten 14 cm und 6 cm und die Schenkel 5 cm.

a) Wie groß ist der Überstand der längeren Grundseite auf jeder Seite?
b) Berechne die Höhe des Trapezes.
c) Berechne die Fläche ($A = \frac{a+c}{2} \cdot h$) und den Umfang.

Aufgabe 7

Aufgabe 7 – Das Satteldach

Ein Haus ist $9{,}6$ m breit und 14 m lang. Das Satteldach hat eine Firsthöhe von $3{,}6$ m über der Traufe. Pro m^2 Dach braucht man 10 Ziegel.

Größe	Maß
Hausbreite	9,6 m
Hauslänge	14 m
Firsthöhe	3,6 m

a) Berechne die Länge eines Sparrens (Dachschräge).
b) Berechne die gesamte Dachfläche.
c) Wie viele Ziegel braucht man?
d) Ein $0{,}5$ m Dachüberstand verlängert jeden Sparren entlang der Schräge. Wie groß ist dann die Dachfläche (bei gleicher Neigung)?

Aufgabe 8

Aufgabe 8 – Die Rollstuhlrampe

Eine Rampe überwindet $0{,}60$ m Höhenunterschied. Sie darf höchstens $6\,\%$ Steigung haben (Höhe geteilt durch waagerechte Länge).

a) Wie lang muss die Rampe waagerecht mindestens sein?
b) Wie lang ist die geneigte Rampenfläche?
c) Die Rampe ist $1{,}2$ m breit. Berechne die Fläche des Belags.

d) Das Belagmaterial kostet 48 € pro m^2. Berechne die Kosten.

Aufgabe 9

Aufgabe 9 – Das Schiff und der Umweg

Ein Schiff fährt 12 km nach Norden und dann 5 km nach Osten. Es fährt 20 km/h.

a) Wie weit ist es jetzt von seinem Startpunkt entfernt (Luftlinie)?
b) Wie viel kürzer wäre die direkte Strecke?
c) Wie lange fährt es für den Umweg, wie lange für die direkte Strecke (in Minuten)?
d) Wie lang ist die direkte Strecke, wenn es stattdessen 9 km nach Norden und 40 km nach Osten gefahren wäre?

Aufgabe 10

Aufgabe 10 – Wie weit sieht man vom Turm?

Der Erdradius beträgt $R = 6371$ km. Vom Turm der Höhe h reicht der Blick bis zum Horizont. Die Sichtlinie berührt die Erde und steht senkrecht auf dem Radius. Es gilt $(R+h)^2 = R^2 + d^2$.

a) Berechne die Sichtweite d von einem 300 m hohen Turm ($h = 0{,}3$ km).
b) Löse die Gleichung nach d auf: $d = \sqrt{2Rh + h^2}$.
c) Vergleiche mit der Näherung $d \approx \sqrt{2Rh}$.
d) Wie hoch muss ein Turm sein, damit $d = 50$ km beträgt?

Aufgabe 11

Aufgabe 11 – Sehnen im Kreis

Ein Kreis hat den Radius 13 cm. Der Abstand einer Sehne vom Mittelpunkt, der Radius und die halbe Sehne bilden ein rechtwinkliges Dreieck.

a) Eine Sehne ist 24 cm lang. Wie weit ist sie vom Mittelpunkt entfernt?
b) Eine Sehne ist 12 cm vom Mittelpunkt entfernt. Wie lang ist sie?
c) Wie lang ist die längste Sehne?
d) Wie lang ist die Sehne, die 5 cm vom Mittelpunkt entfernt ist? Vergleiche mit a).

Aufgabe 12

Aufgabe 12 – Die Abspannseile

Ein 12 m hoher Mast wird mit drei gleich langen Seilen abgespannt. Sie sind am Mastende befestigt und 5 m vom Fuß am Boden verankert. Für die Befestigungen kommen pro Seil $0{,}40$ m dazu. Seil kostet $2{,}40$ € pro Meter.

a) Berechne die Länge eines Seils ohne Befestigung.
b) Berechne die Gesamtlänge aller drei Seile mit Befestigung.
c) Was kostet das Seil?

d) Wie weit müssten die Anker stehen, damit das Seil 15 m lang ist?

Aufgabe 13

Aufgabe 13 – Der Schuhkarton

Ein Schuhkarton misst 33 cm $\times$ 20 cm $\times$ 12 cm. Du möchtest Stäbe unterbringen.

Länge	Breite	Höhe
33 cm	20 cm	12 cm

a) Berechne die Diagonale des Bodens.
b) Berechne die Raumdiagonale.
c) Passt ein 38 cm langer Stab hinein? Ein 41 cm langer?
d) Welchen Durchmesser ($2R$) hat die kleinste Kugel, die den Karton umschließt?

Aufgabe 14

Aufgabe 14 – Die Pyramide

Eine quadratische Pyramide hat die Grundkante 6 cm und die Höhe 4 cm.

a) Berechne die Seitenhöhe h_s (Höhe einer Seitenfläche).
b) Berechne die Länge der Seitenkante.
c) Berechne die Mantelfläche.
d) Wie hoch müsste die Pyramide sein, damit die Seitenhöhe 6 cm beträgt?

Aufgabe 15

Aufgabe 15 – Das Kletternetz

Auf dem Spielplatz steht ein 4 m hoher Mast in der Mitte eines quadratischen Feldes mit der Seitenlänge 6 m. Von der Mastspitze gehen Seile zu den vier Ecken und ein Netz spannt sich über die vier dreieckigen Flächen zu den Seitenmitten.

Größe	Maß
Masthöhe	4 m
Feldseite	6 m
Netzpreis	8 € pro m²

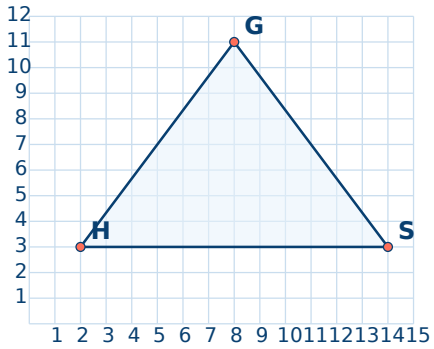
a) Wie lang ist ein Eckseil (Mastspitze zur Ecke)?
b) Wie lang ist das Seil zu einer Seitenmitte?
c) Wie groß ist das Netz?
d) Was kostet das Netz?

Aufgabe 16

Aufgabe 16 – Wanderung im Koordinatensystem

Auf einer Karte (1 Einheit $= 1$ km) liegen die Hütte $H(2|3)$, der Gipfel $G(8|11)$ und der

See $S(14|3)$.

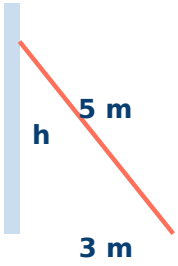


a) Berechne HG, GS und HS.
b) Ist das Dreieck HGS rechtwinklig? Prüfe mit der Umkehrung.
c) Berechne den Umfang und mit der Höhe über HS die Fläche.
d) Wie viel Kilometer spart man, wenn man direkt von H nach S geht statt über den Gipfel?

Aufgabe 17

Aufgabe 17 – Die rutschende Leiter

Eine 5 m lange Leiter lehnt an einer senkrechten Hauswand. Ihr Fuß steht 3 m von der Wand entfernt.



a) Wie hoch reicht die Leiter?
b) Der Fuß rutscht 1 m von der Wand weg. Wie hoch reicht sie jetzt, und wie weit ist die Spitze gesunken?
c) Der Fuß rutscht um insgesamt 2 m. Was passiert?
d) Welcher Abstand des Fußes ergibt $4{,}5$ m Höhe?

Aufgabe 18

Aufgabe 18 – Würfel und Diagonalen

Ein Würfel hat die Kantenlänge $a = 6$ cm.

a) Berechne die Flächendiagonale und die Raumdiagonale.
b) Berechne die Fläche des Dreiecks, das von drei Flächendiagonalen gebildet wird (gleichseitig).
c) Passt ein 10 cm langer Stab in den Würfel?

d) Wie lang ist die Raumdiagonale allgemein für die Kante a?

Aufgabe 19

Aufgabe 19 – Höhensatz und Kathetensatz

In einem rechtwinkligen Dreieck teilt die Höhe h_c die Hypotenuse $c = 25$ cm in die Abschnitte $p = 9$ cm (an der Kathete a) und $q = 16$ cm. Es gilt der Kathetensatz $a^2 = c \cdot p$, $b^2 = c \cdot q$ und der Höhensatz $h_c^2 = p \cdot q$.

a) Berechne a und b.
b) Berechne h_c.
c) Prüfe mit dem Satz des Pythagoras, dass $a^2 + b^2 = c^2$ gilt.
d) Berechne die Fläche auf zwei Arten: mit den Katheten und mit c und h_c.

Aufgabe 20

Aufgabe 20 – Knobelaufgabe: Die Wurzelschnecke

Zeichne ein rechtwinkliges Dreieck mit den Katheten 1 und 1. An die Hypotenuse hängst du ein neues rechtwinkliges Dreieck mit der Kathete 1 an, und so weiter. So entsteht eine Spirale.

Dreieck	Hypotenuse
1	$\sqrt{2}$
2	?
3	?
4	?

a) Berechne die Hypotenusen der ersten acht Dreiecke exakt und gerundet.
b) Beim wievielten Dreieck erreichst du zum ersten Mal eine ganze Zahl (und welche)?
c) Berechne die Gesamtfläche der ersten acht Dreiecke ($A_n = \frac{1}{2}\sqrt{n}$).
d) Wie konstruierst du $\sqrt{5}$ direkt mit Katheten 1 und 2?