Arbeitsblatt - Quadratische Gleichungen

Klasse: Klasse 9 · 20

Der Rechenweg muss angegeben werden.

Aufgabe 1

Aufgabe 1 – Reinquadratische Gleichungen

Eine Gleichung der Form $x^2 = a$ hat für $a > 0$ zwei Lösungen $x = \pm\sqrt{a}$, für $a = 0$ die Lösung 0 und für a keine Lösung.

a) $x^2 = 49$
b) $x^2 - 25 = 0$
c) $3x^2 = 48$
d) $2x^2 + 1 = 19$
e) $x^2 + 4 = 0$

Aufgabe 2

Aufgabe 2 – Ausklammern

Fehlt das absolute Glied, klammerst du x aus. Dann gilt der Satz vom Nullprodukt: Ein Produkt ist null, wenn ein Faktor null ist.

a) $x^2 - 5x = 0$
b) $3x^2 + 12x = 0$
c) $x^2 = 7x$
d) $2x^2 - x = 0$

Aufgabe 3

Aufgabe 3 – Die pq-Formel

Für $x^2 + px + q = 0$ gilt $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{(\frac{p}{2})^2 - q}$. Bringe die Gleichung zuerst in die Normalform.

a) $x^2 - 6x + 8 = 0$
b) $x^2 + 2x - 15 = 0$
c) $x^2 - x - 6 = 0$
d) $x^2 + x - 0{,}75 = 0$

Aufgabe 4

Aufgabe 4 – Diskriminante

Der Term unter der Wurzel, $D = (\frac{p}{2})^2 - q$, entscheidet über die Anzahl der Lösungen:

$D > 0$ zwei, $D = 0$ eine, D keine.

a) $x^2 + 6x + 9 = 0$
b) $x^2 + 2x + 5 = 0$
c) $x^2 - 4x - 1 = 0$
d) Für welches q hat $x^2 - 6x + q = 0$ genau eine Lösung?

Aufgabe 5

Aufgabe 5 – Erst umformen

Multipliziere Klammern aus, fasse zusammen und bringe alles auf eine Seite, bevor du die pq-Formel benutzt.

a) $(x + 3)(x - 2) = 14$
b) $x^2 + 5x = 3x + 8$
c) $2x^2 - 8x + 6 = 0$
d) $(x - 3)^2 = 2x + 1$

Aufgabe 6

Aufgabe 6 – Satz von Vieta

Hat $x^2 + px + q = 0$ die Lösungen x_1, x_2, dann gilt $x_1 + x_2 = -p$ und $x_1 \cdot x_2 = q$.

a) Welche zwei Zahlen haben die Summe 7 und das Produkt 12?
b) Stelle die Gleichung mit den Lösungen 2 und -5 auf.
c) Prüfe die Lösungen 2 und 7 von $x^2 - 9x + 14 = 0$ mit Vieta.
d) Eine Lösung von $x^2 + px - 12 = 0$ ist 3. Berechne p und die andere Lösung.

Aufgabe 7

Aufgabe 7 – Das Gartenbeet

Ein rechteckiges Beet ist 4 m länger als breit und hat die Fläche $96\,\text{m}^2$. Ein Zaun kostet 18 € pro Meter.

a) Stelle die Gleichung für die Breite b auf.
b) Löse sie und gib die Seiten an.
c) Berechne den Umfang.
d) Was kostet der Zaun rundherum?

Aufgabe 8

Aufgabe 8 – Zahlenrätsel

Löse die Rätsel mit einer Gleichung.

a) Das Produkt zweier aufeinanderfolgender natürlicher Zahlen ist 156.
b) Das Produkt zweier aufeinanderfolgender ungerader Zahlen ist 143.
c) Das Quadrat einer Zahl ist um 30 größer als die Zahl selbst.

d) Die Summe der Quadrate zweier aufeinanderfolgender Zahlen ist 145.

Aufgabe 9

Aufgabe 9 – Der Sturz von der Brücke

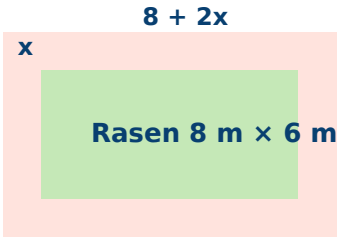
Ein Stein fällt nach $s = 5t^2$ (s in m, t in s). Wirft man ihn nach unten, gilt $s = 5t^2 + v_0 t$.

a) Wie lange fällt der Stein aus 20 m, aus 45 m, aus 80 m?
b) Er wird mit $v_0 = 10$ m/s nach unten geworfen. Wann kommt er nach 45 m an?
c) Wie weit fällt er in 3 s bei einem Wurf mit $v_0 = 10$ m/s?
d) Warum gibt es bei der Gleichung $5t^2 + 10t - 45 = 0$ nur eine sinnvolle Lösung?

Aufgabe 10

Aufgabe 10 – Der Weg ums Beet

Um einen Rasen (8 m $\times$ 6 m) soll ein gleich breiter Weg gelegt werden. Rasen und Weg zusammen sollen $120\,\text{m}^2$ groß sein.



a) Stelle die Gleichung für die Wegbreite x auf.
b) Löse sie und gib die Wegbreite an.
c) Wie groß ist die Wegfläche allein?
d) Der Weg wird mit Platten ($0{,}25\,\text{m}^2$ pro Stück) gelegt. Wie viele Platten braucht man?

Aufgabe 11

Aufgabe 11 – Der Bilderrahmen

Ein Foto ist 20 cm breit und 30 cm hoch. Es bekommt einen gleich breiten Rahmen. Die Rahmenfläche soll genauso groß sein wie die Fotofläche.

a) Wie groß ist die Fotofläche?
b) Stelle die Gleichung für die Rahmenbreite x auf.
c) Löse sie.
d) Wie groß ist das Gesamtbild mit Rahmen?

Aufgabe 12

Aufgabe 12 – Die Leiter im Hof

Eine Leiter ist 13 dm lang. Der Abstand des Fußes von der Wand ist 7 dm kleiner als die

Höhe, in der sie die Wand berührt.

a) Stelle mit dem Satz des Pythagoras eine Gleichung für die Höhe h auf.
b) Löse die Gleichung.
c) Wie weit steht der Fuß von der Wand?
d) Wie groß ist der Winkel der Leiter zum Boden? (Taschenrechner: $\sin\alpha = \frac{h}{13}$)

Aufgabe 13

Aufgabe 13 – Händeschütteln und Turnier

Bei einer Feier begrüßt jeder jeden Gast genau einmal mit Handschlag. Bei n Personen gibt es $\frac{n(n-1)}{2}$ Handschläge.

a) Bei einer Feier gibt es 45 Handschläge. Wie viele Gäste sind da?
b) In einer Liga spielt jede Mannschaft gegen jede anderen zweimal (Hin- und Rückspiel), insgesamt 132 Spiele. Wie viele Mannschaften sind es?
c) Wie viele Handschläge gibt es bei 30 Personen?

Aufgabe 14

Aufgabe 14 – Das Feuerwerk

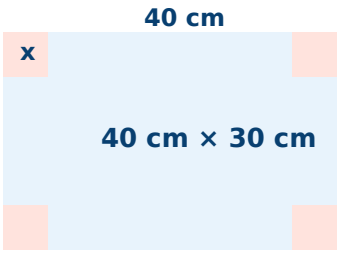
Eine Rakete steigt nach $h(t) = -5t^2 + 40t$ (Höhe in m, t in s).

a) Wann ist die Rakete 60 m hoch?
b) Wann ist sie am höchsten, und wie hoch?
c) Wann ist sie wieder am Boden?
d) Wie lange bleibt sie über 75 m?

Aufgabe 15

Aufgabe 15 – Die Blechschachtel

Aus einem rechteckigen Blech (40 cm $\times$ 30 cm) werden in den vier Ecken Quadrate der Seite x ausgeschnitten, dann werden die Ränder zu einer Schachtel hochgebogen.



a) Stelle die Funktion für die Bodenfläche der Schachtel auf.
b) Die Bodenfläche soll $600\,\text{cm}^2$ betragen. Bestimme x.
c) Berechne das Volumen dieser Schachtel in Litern.
d) Gibt es einen zweiten rechnerischen Wert für x? Warum ist er nicht brauchbar?

Aufgabe 16

Aufgabe 16 – Die Radtour

Eine Familie fährt 48 km mit dem Rad zum See und zurück. Auf dem Rückweg ist die Geschwindigkeit 4 km/h geringer als auf dem Hinweg. Die gesamte Fahrzeit beträgt 7 Stunden.

Weg	Strecke	Geschwindigkeit	Zeit
Hinweg	48 km	v	48/v
Rückweg	48 km	v − 4	48/(v − 4)

a) Stelle die Gleichung $\frac{48}{v} + \frac{48}{v-4} = 7$ auf und forme sie um.
b) Löse die quadratische Gleichung.
c) Wie lange braucht die Familie für Hin- und Rückweg einzeln?
d) Warum ist die zweite Lösung nicht sinnvoll?

Aufgabe 17

Aufgabe 17 – Zwei Zuläufe füllen den Pool

Ein Pool wird durch zwei Rohre gefüllt. Das erste allein braucht x Stunden, das zweite 3 Stunden länger. Zusammen schaffen sie es in 2 Stunden.

a) Zeige: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} = \frac{1}{2}$.
b) Forme zu einer quadratischen Gleichung um und löse sie.
c) Gib die Füllzeiten beider Rohre an.
d) Wie viel Prozent des Pools füllt jedes Rohr in einer Stunde?

Aufgabe 18

Aufgabe 18 – Die Tischdecke

Ein Tisch misst $1{,}2$ m $\times$ $0{,}8$ m. Eine rechteckige Tischdecke soll ringsum gleich weit überstehen und insgesamt $2{,}4\,\mathrm{m}^2$ groß sein.

a) Stelle die Gleichung für den Überstand x auf.
b) Löse sie (auf Zentimeter genau).
c) Welche Maße hat die Decke?
d) Wie viel Stoff wird für den Überstand gebraucht?

Aufgabe 19

Aufgabe 19 – Knobelaufgabe: Umfang und Fläche

Ein Rechteck hat den Umfang 34 cm.

a) Stelle die Fläche in Abhängigkeit von einer Seite x auf.
b) Bestimme die Seiten für die Fläche $60\,\mathrm{cm}^2$.
c) Ist die Fläche $80\,\mathrm{cm}^2$ möglich? Berechne die größtmögliche Fläche.
d) Bei welchen Seiten ist die Diagonale am kürzesten?

Aufgabe 20

Aufgabe 20 – Knobelaufgabe: Der goldene Schnitt

Ein Rechteck hat die Seiten a und b ($a > b$) im Goldenen Schnitt, wenn $\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}$ gilt. Das Verhältnis $x = \frac{a}{b}$ soll bestimmt werden.

a) Zeige, dass $x^2 - x - 1 = 0$ gilt.
b) Löse die Gleichung.
c) Eine Postkarte ist 10 cm breit. Wie lang ist sie im Goldenen Schnitt?
d) Wie groß ist das Verhältnis, wenn man $1{,}618$ in die Gleichung einsetzt? Prüfe die Probe.