Arbeitsblatt - Quadratische Funktionen

Klasse: Klasse 9 · 20

Der Rechenweg muss angegeben werden.

Aufgabe 1

Aufgabe 1 – Wertetabelle der Normalparabel

Die Normalparabel hat die Gleichung $y = x^2$. Wird sie verschoben, ändert sich der Funktionsterm. Ergänze die Wertetabelle.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = x^2$	?	?	?	?	?	?	?
$y = x^2 - 2$	?	?	?	?	?	?	?
$y = (x-1)^2$	?	?	?	?	?	?	?

a) Fülle alle drei Zeilen aus.
b) Wie ist die zweite Parabel gegenüber der ersten verschoben, wie die dritte?
c) Gib jeweils den Scheitelpunkt an.

Aufgabe 2

Aufgabe 2 – Scheitelpunkt ablesen

Die Scheitelform $y = a(x-d)^2 + e$ verrät den Scheitelpunkt $S(d|e)$. Ist $a > 0$, öffnet sich die Parabel nach oben, bei a nach unten.

a) $y = (x-2)^2 + 3$
b) $y = -(x+1)^2 - 4$
c) $y = 0{,}5(x-4)^2$
d) $y = x^2 + 6x + 8$

Aufgabe 3

Aufgabe 3 – Quadratische Ergänzung

Mit der quadratischen Ergänzung formst du $y = x^2 + px + q$ in die Scheitelform um: $x^2 + px = (x + \frac{p}{2})^2 - (\frac{p}{2})^2$.

a) $y = x^2 - 4x + 1$
b) $y = x^2 + 8x + 10$
c) $y = 2x^2 - 12x + 5$
d) $y = x^2 + 3x$

Aufgabe 4

Aufgabe 4 – Nullstellen bestimmen

Nullstellen sind die x-Werte mit $y = 0$. Bei $x^2 + px + q = 0$ hilft die pq-Formel $x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{(\frac{p}{2})^2 - q}$.

a) $y = x^2 - 9$
b) $y = x^2 - 5x + 6$
c) $y = x^2 + 4x + 5$
d) $y = x^2 - 4x + 4$

Aufgabe 5

Aufgabe 5 – Der Streckfaktor

Der Faktor a in $y = ax^2$ streckt oder staucht die Parabel. Ergänze die Wertetabelle für $x = 2$.

Funktion	a	$y(2)$	Form
$y = 2x^2$	2	?	?
$y = 0{,}5x^2$	0,5	?	?
$y = -x^2$	-1	?	?
$y = -3x^2$	-3	?	?

a) Berechne $y(2)$ für jede Funktion.
b) Beschreibe jeweils die Form (enger, weiter, nach unten geöffnet).
c) Für welches a liegt der Punkt $(3|4)$ auf $y = ax^2$?

Aufgabe 6

Aufgabe 6 – Punktprobe

Ein Punkt liegt auf dem Graphen, wenn seine Koordinaten die Gleichung erfüllen. Gegeben ist $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

a) Berechne $f(0)$, $f(1)$ und $f(5)$.
b) Liegt $P(-1|8)$ auf dem Graphen? Liegt $Q(2|-2)$ darauf?
c) Bestimme den Scheitelpunkt und die Nullstellen.

Aufgabe 7

Aufgabe 7 – Der Ballwurf

Ein Ball wird von der Dachterrasse geworfen. Seine Höhe in Metern ist nach t Sekunden $h(t) = -5t^2 + 10t + 2$.

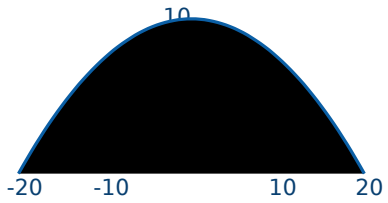
t in s	0	0,5	1	1,5	2
h in m	?	?	?	?	?

a) Ergänze die Tabelle.
b) Wann ist der Ball am höchsten, und wie hoch ist er dann?
c) Wann trifft er den Boden ($h = 0$)?
d) Wie hoch ist der Ball nach $1{,}8$ s?

Aufgabe 8

Aufgabe 8 – Die Bogenbrücke

Eine Brücke über einen Kanal hat die Form einer Parabel: $y = -\frac{x^2}{40} + 10$ (alle Maße in Metern, x in Richtung der Brücke, Ursprung auf der Wasserlinie in der Mitte).



a) Wie breit ist der Bogen an der Wasserlinie?
b) Wie hoch ist der Bogen 10 m neben der Mitte?
c) Ein Schiff ist 6 m über der Wasserlinie hoch. Wie breit darf es höchstens sein, damit es unter dem Bogen durchfährt?
d) Wie hoch ist der Bogen 15 m von der Mitte entfernt?

Aufgabe 9

Aufgabe 9 – Der Springbrunnen

Ein Wasserstrahl verlässt die Düse im Ursprung und erreicht seinen höchsten Punkt $2{,}5$ m hoch bei $x = 3$ m (waagerechter Abstand).

a) Stelle die Funktionsgleichung in Scheitelform $y = a(x - 3)^2 + 2{,}5$ auf.
b) Wo trifft der Strahl das Wasserbecken wieder ($y = 0$)?
c) Wie hoch ist der Strahl bei $x = 1{,}5$ m?
d) Ein Kind hält $1{,}2$ m hoch eine Hand in den Strahl. Bei welchen x-Werten wird die Hand getroffen?

Aufgabe 10

Aufgabe 10 – Der Anhalteweg

Der Anhalteweg eines Autos setzt sich zusammen aus dem Reaktionsweg $0{,}3 \cdot v$ und dem Bremsweg $0{,}01 \cdot v^2$ (v in km/h, Weg in m).

Geschwindigkeit	Reaktionsweg	Bremsweg	Anhalteweg
30 km/h	?	?	?
50 km/h	?	?	?
100 km/h	?	?	?

a) Ergänze die Tabelle.
b) Um welchen Faktor wächst der Bremsweg, wenn die Geschwindigkeit verdoppelt wird?
c) Bei welcher Geschwindigkeit beträgt der Anhalteweg 60 m? Löse mit der pq-Formel.
d) Ein Schild zeigt »Schule 30 km/h«. Wie viel länger ist der Anhalteweg bei 50 km/h?

Aufgabe 11

Aufgabe 11 – Das größte Gehege

Ein Zaun von 30 m Länge soll ein rechteckiges Kaninchengehege an einer Hauswand umgeben (die Hauswand ist die vierte Seite). Die beiden Seiten senkrecht zur Wand sind x lang.

x in m	5	6	7,5	9
Länge	?	?	?	?
Fläche	?	?	?	?

a) Stelle die Länge parallel zur Wand in Abhängigkeit von x auf und fülle die Tabelle.
b) Stelle die Flächenfunktion auf.
c) Bestimme x für die größte Fläche und diese Fläche.

Aufgabe 12

Aufgabe 12 – Der beste Preis

Ein Verein verkauft Vereins-T-Shirts. Bei einem Preis von p € werden $200 - 10p$ Shirts verkauft. Ein Shirt kostet in der Herstellung 6 €.

a) Stelle den Umsatz $U(p) = p \cdot (200 - 10p)$ auf und bestimme den umsatzmaximalen Preis.
b) Stelle die Gewinnfunktion $G(p) = (p - 6)(200 - 10p)$ auf.
c) Bei welchem Preis ist der Gewinn am größten, wie hoch ist er?
d) Bei welchen Preisen macht der Verein keinen Verlust?

Aufgabe 13

Aufgabe 13 – Parabel und Gerade

Gegeben sind die Parabel $y = x^2$ und die Geraden $g_1: y = 2x + 3$ und $g_2: y = 2x - 1$.

a) Berechne die Schnittpunkte von Parabel und g_1.
b) Berechne die Schnittpunkte mit g_2. Was fällt auf?
c) Wie viele Schnittpunkte hat die Parabel mit $y = 2x - 4$?

Aufgabe 14

Aufgabe 14 – Verschieben und Spiegeln

Aus der Normalparabel $y = x^2$ entstehen durch Verschieben, Strecken und Spiegeln alle Parabeln $y = a(x - d)^2 + e$.

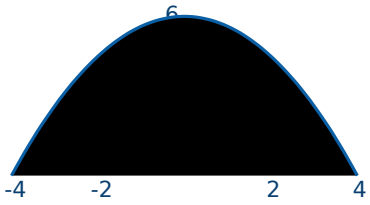
Vorgang	Funktionsgleichung
2 nach rechts, 3 nach oben	?
an der x-Achse gespiegelt	?
mit dem Faktor 2 gestreckt, 1 nach unten	?
3 nach links	?

a) Ergänze die Funktionsgleichungen.
b) Gib bei jeder den Scheitelpunkt an.
c) Welche Parabel ist $y = -(x - 2)^2 + 5$?

Aufgabe 15

Aufgabe 15 – Der Tunnelquerschnitt

Ein Straßentunnel hat einen parabelförmigen Querschnitt $y = -\frac{3}{8}x^2 + 6$ (in m, Ursprung auf der Fahrbahnmitte).



a) Wie breit ist der Tunnel an der Fahrbahn, wie hoch in der Mitte?
b) Ein Lkw ist 3 m breit und $4{,}5$ m hoch. Passt er durch (mittig fahrend)?
c) Welche Höhe hat der Tunnel $1{,}6$ m von der Mitte?
d) Wie breit ist der Tunnel in $4{,}5$ m Höhe?

Aufgabe 16

Aufgabe 16 – Das Kugelstoßen

Eine Kugel wird aus $1{,}8$ m Höhe gestoßen. Ihre Bahn ist $h(x) = -0{,}05x^2 + 0{,}9x + 1{,}8$ (Höhe h und Weite x in Metern).

x in m	0	5	10	15	20
h in m	?	?	?	?	?

a) Ergänze die Tabelle.
b) Wie hoch fliegt die Kugel maximal?
c) Wie weit wird gestoßen ($h = 0$)?

d) Wann liegt die Kugel unter $2{,}5$ m?

Aufgabe 17

Aufgabe 17 – Der Freistoß

Ein Freistoß aus 20 m Entfernung zum Tor: Die Flugbahn des Balls ist $h(x) = -0{,}02x^2 + 0{,}5x$ (x waagerechter Abstand, h Höhe in m). Die Mauer steht bei $x = 9{,}15$ m und ist $1{,}85$ m hoch. Das Tor ist $2{,}44$ m hoch.

a) Wie hoch fliegt der Ball über der Mauer?
b) Wie hoch ist der Ball an der Torlinie ($x = 20$)? Geht er ins Tor?
c) Wie hoch ist der höchste Punkt, und wo wäre er?
d) Der Torwart steht bei $x = 19$ und springt $2{,}2$ m hoch. Kann er den Ball halten?

Aufgabe 18

Aufgabe 18 – Der Gartenteich

Der Querschnitt eines Teichs ist eine Parabel $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$ (in m, x von -2 bis 2, Wasserlinie $y = 0$). Der Teich ist 6 m lang. Die Querschnittsfläche einer Parabel ist $\frac{2}{3}$ · Breite · Tiefe.

a) Wie breit und wie tief ist der Teich?
b) Wie groß ist die Querschnittsfläche und das Wasservolumen?
c) Wie breit ist die Wasserfläche, wenn das Wasser $0{,}5$ m tief steht?
d) Wie tief ist das Wasser, 1 m vom Rand der Wasserlinie entfernt (also bei $x = 1$)?

Aufgabe 19

Aufgabe 19 – Ball und Drohne

Ein Ball wird hochgeworfen: $h_B(t) = -5t^2 + 12t + 1$. Gleichzeitig steigt eine Kameradrohne gleichmäßig: $h_D(t) = 2t + 1$ (Höhen in m, t in s).

t in s	0	1	2	3
Ball	?	?	?	?
Drohne	?	?	?	?

a) Ergänze die Tabelle.
b) Zu welchen Zeiten sind Ball und Drohne gleich hoch? Berechne die Höhe.
c) Wann ist der Ball höher als die Drohne?
d) Wann ist der Ball am höchsten?

Aufgabe 20

Aufgabe 20 – Knobelaufgabe: Die Parabel durch drei Punkte

Eine Parabel $y = ax^2 + bx + c$ geht durch die Punkte $A(0|3)$, $B(1|0)$ und $C(4|3)$.

a) Bestimme c aus dem Punkt A.
b) Stelle mit B und C ein Gleichungssystem für a und b auf und löse es.
c) Gib die Scheitelform an und die Nullstellen.
d) Welche Gleichung hat die Parabel, wenn C durch $C\,'(4|8)$ ersetzt wird?