Lernzettel - Prüfungsvorbereitung ESA

Klasse: Klasse 9

Der Erste Schulabschluss (ESA), je nach Bundesland auch Hauptschulabschluss genannt, prüft grundlegende Kompetenzen. Dieses Kapitel fasst die wichtigsten Methoden zusammen und zeigt dir, wie du dich vorbereitest.

Einstieg: Die Prüfung rückt näher

Samira und Jonas bereiten sich auf die Prüfung zum Ersten allgemeinbildenden Schulabschluss (ESA) vor. Sie haben drei Wochen Zeit. Samira macht jeden Tag ein Thema, Jonas rechnet nur Aufgaben, die er schon kann. Wer ist besser vorbereitet? Der Plan von Samira ist klüger: Sie wiederholt Bruchrechnen, Prozent, Gleichungen, Funktionen, Geometrie und Zufall der Reihe nach, kontrolliert ihre Ergebnisse mit Überschlag und Probe und übt Textaufgaben. In diesem Kapitel findest du die wichtigsten Rechenverfahren der Klasse 9 in kompakter Form, dazu Aufgaben aus dem Alltag, wie sie in der Prüfung vorkommen, und Tipps zur Zeiteinteilung.

Was wird in der Prüfung verlangt?

Definition: Leitideen

Die Prüfung gliedert sich nach den **Leitideen** der Bildungsstandards: Zahl und Operation, Größen und Messen, Raum und Form, Strukturen und funktionaler Zusammenhang sowie Daten und Zufall.

Rechnen, Brüche und Prozent

Regel: Grundrechenarten

Punkt vor Strich, Klammern zuerst. Brüche addierst du nach dem Gleichnamigmachen, beim Multiplizieren rechnest du Zähler mal Zähler und Nenner mal Nenner, beim Dividieren multiplizierst du mit dem Kehrbruch.

Beispiel 1: Rechnen

Berechne $3{,}5 \cdot 4 - 2{,}8$, $(-12 + 5) \cdot 3$, $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$ von 80.

$3{,}5 \cdot 4 - 2{,}8 = 14 - 2{,}8 = 11{,}2$. $(-12 + 5) \cdot 3 = -21$.

$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{7}{6}$. $80 : 4 \cdot 3 = 60$.

Satz: Prozentrechnung

Es gilt $W = G \cdot \frac{p}{100}$ mit Grundwert G, Prozentwert W und Prozentsatz p. Bei Erhöhung um $p\,\%$ rechnest du mit dem Faktor $1 + \frac{p}{100}$, bei Ermäßigung mit $1 - \frac{p}{100}$.

Beispiel 2: Prozent

Berechne 15 % von 240, den Grundwert, wenn 18 genau 12 % sind, und den Prozentsatz von 45 aus 180.

$240 \cdot 0{,}15 = 36$.

$G = \frac{18}{0{,}12} = 150$. $p = \frac{45}{180} = 25\,\%$.

Dreisatz

Definition: Dreisatz

Beim **Dreisatz** schließt du von einer Größe auf die Einheit und von dort auf die gesuchte Größe. Er ist **proportional** (je mehr, desto mehr) oder **antiproportional** (je mehr, desto weniger).

So gehst du vor: Dreisatz

1. Entscheide: je mehr, desto mehr (proportional) oder je mehr, desto weniger (antiproportional)?
2. Rechne auf die Einheit zurück: proportional durch die Anzahl teilen, antiproportional das Produkt bilden.
3. Rechne auf die gesuchte Anzahl hoch.
4. Schreibe einen Antwortsatz.

Beispiel 3: Dreisatz

5 Hefte kosten 4,50 €. Wie viel kosten 8 Hefte? 4 Arbeiter brauchen 6 Tage. Wie lange brauchen 3 Arbeiter?

Proportional: 1 Heft $= 0{,}90$ €, 8 Hefte $= 7{,}20$ €.

Antiproportional: $4 \cdot 6 = 24$ Arbeitertage, $24 : 3 = 8$ Tage.

Terme und Gleichungen

Satz: Äquivalenzumformung

Eine Gleichung löst du, indem du auf beiden Seiten dasselbe tust. Löse Klammern zuerst auf.

Beispiel 4: Gleichung

Löse $5x - 4 = 2x + 11$ und $2(x - 3) = 14$.

$-2x$: $3x - 4 = 11$, $+4$: $3x = 15$, also $x = 5$.

$2x - 6 = 14$, also $x = 10$.

Beispiel 5: Textaufgabe

Die Summe dreier aufeinanderfolgender Zahlen ist 78.

$x + (x + 1) + (x + 2) = 78$, also $3x = 75$ und $x = 25$.

Die Zahlen sind 25, 26, 27.

Lineare Funktionen

Satz: Lineare Funktion

$y = mx + b$: m ist die Steigung, b der y-Achsenabschnitt. Durch zwei Punkte gilt $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

Beispiel 6: Gerade durch zwei Punkte

Bestimme die Gerade durch $A(1|2)$ und $B(3|8)$ und die Nullstelle von $y = 2x - 3$.

$m = \frac{8-2}{3-1} = 3$, $2 = 3 \cdot 1 + b$, also $b = -1$ und $y = 3x - 1$.

$2x - 3 = 0$ ergibt $x = 1{,}5$.

Flächen, Körper und Pythagoras

Regel: Formeln

- Rechteck $A = a \cdot b$, $U = 2(a + b)$; Dreieck $A = \frac{1}{2}gh$; Trapez $A = \frac{a+c}{2}h$; Kreis $A = \pi r^2$, $U = 2\pi r$.
- Quader $V = abc$; Zylinder $V = \pi r^2 h$, $O = 2\pi r^2 + 2\pi rh$.
- Pythagoras: $a^2 + b^2 = c^2$.

Beispiel 7: Zylinder

Berechne Volumen und Oberfläche eines Zylinders mit $r = 3$ cm und $h = 10$ cm.

$V = 90\pi \approx 282{,}74$ cm³, $O = 18\pi + 60\pi = 78\pi \approx 245{,}04$ cm².

Beispiel 8: Leiter

Eine 6,5 m lange Leiter steht 2,5 m von der Wand. Wie hoch reicht sie?

$\sqrt{6{,}5^2 - 2{,}5^2} = \sqrt{36} = 6$ m.

Daten und Zufall

Beispiel 9: Kenngrößen

Daten: 4, 7, 7, 8, 9, 10, 12. Bestimme Mittelwert, Median, Modus und Spannweite. Wie wahrscheinlich ist bei 6 roten und 4 blauen Kugeln eine blaue?

Mittelwert $\frac{57}{7} \approx 8{,}14$, Median 8, Modus 7, Spannweite $12 - 4 = 8$.

$P(\text{blau}) = \frac{4}{10} = 0{,}4$.

Merke: Einheiten

$1\,\text{km} = 1000\,\text{m}$, $1\,\text{h} = 60\,\text{min}$, $1\,\text{l} = 1000\,\text{ml}$, $1\,\text{kg} = 1000\,\text{g}$, $1\,\text{m}^2 = 10\,000\,\text{cm}^2$, $1\,\text{m}^3 = 1000\,\text{l}$.

So gehst du vor: In der Prüfung arbeiten

1. Lies die Aufgabe zweimal und markiere gegebene und gesuchte Größen.
2. Zeichne Skizzen und schreibe die Formel auf.
3. Rechne in Schritten und schreibe sie auf, so gibt es Teilpunkte.
4. Prüfe das Ergebnis auf Sinn (negative Längen, unmögliche Prozentwerte).
5. Schreibe einen Antwortsatz mit Einheit. Teile die Zeit ein und beginne mit den leichten Aufgaben.

Hinweis

Plane etwa vier Wochen vor der Prüfung. Woche 1: Zahlen, Brüche, Prozent, Dreisatz. Woche 2: Terme, Gleichungen, lineare Funktionen. Woche 3: Flächen, Körper, Pythagoras. Woche 4: Daten, Wahrscheinlichkeit und komplette Probearbeiten unter Prüfungsbedingungen. Führe eine Fehlerliste und übe täglich zwanzig Minuten, das bringt mehr als einmal drei Stunden.

Zinsen, Rabatt und Steuern

Aufgaben mit Geld kommen in jeder Prüfung vor. Mit dem Wachstumsfaktor q rechnest du schnell und fehlerfrei: Bei $p\,\%$ Zunahme ist $q = 1 + \frac{p}{100}$, bei $p\,\%$ Abnahme $q = 1 - \frac{p}{100}$. Nach mehreren Schritten multiplizierst du die Faktoren. Bei Zinsen wird das Kapital jedes Jahr mit q multipliziert: $K_n = K_0 \cdot q^n$.

Beispiel 10: Sparbuch

Anna legt 1800 € für 3 Jahre zu $2{,}5\,\%$ Zinsen an. Wie viel hat sie dann?

$q = 1{,}025$. $K_3 = 1800 \cdot 1{,}025^3 = 1800 \cdot 1{,}0769 \approx 1938{,}40$ €. Die Zinsen betragen $138{,}40$ €.

Einheiten und Größen umrechnen

Viele Fehler entstehen bei Einheiten. Merke: Bei Längen wechselt man mit 10 oder 1000, bei Flächen mit 100 und bei Rauminhalten mit 1000. Es gilt $1\,\text{m}^2 = 10\,000\,\text{cm}^2$, $1\,\text{m}^3 = 1000$ l und 1 l $= 1\,\text{dm}^3$. Für Geschwindigkeiten gilt 1 m/s $= 3{,}6$ km/h. Schreibe immer die Einheit mit, sie ist eine Kontrolle.

Beispiel 11: Einheiten

Ein Aquarium ist 80 cm lang, 40 cm breit und 50 cm hoch. Wie viele Liter passen hinein?

$V = 80 \cdot 40 \cdot 50 = 160\,000\,\text{cm}^3 = 160\,\text{dm}^3 = 160$ l.

Diagramme und Daten lesen

In der Prüfung musst du Tabellen und Diagramme auswerten. Du bestimmst Mittelwert (alle Werte addieren, durch die Anzahl teilen), Median (Mitte der sortierten Liste) und Spannweite (größter minus kleinster Wert). Beim Lesen von Säulen- und Liniendiagrammen achtest du auf die Achsenbeschriftung und darauf, ob die Achse bei null beginnt. Ein abgeschnittenes Diagramm kann Unterschiede übertreiben.

Beispiel 12: Mittelwert und Median

Fünf Schüler brauchen für den Schulweg $6, 8, 10, 12, 24$ Minuten. Bestimme Mittelwert und Median.

Mittelwert: $\frac{60}{5} = 12$ min. Median: 10 min. Der Ausreißer 24 zieht den Mittelwert nach oben, der Median bleibt stabil.

So arbeitest du in der Prüfung

Lies zuerst alle Aufgaben durch und beginne mit denen, die du sicher kannst. Teile die Zeit ein: Pro Punkt etwa eine Minute. Schreibe immer den Rechenweg auf, denn auch bei einem Folgefehler gibt es Teilpunkte. Mache einen Überschlag, um grobe Fehler zu entdecken: Kann ein Brötchen 35 € kosten? Ist die Hypotenuse kürzer als eine Kathete? Setze am Ende einen Antwortsatz mit Einheit.

Wusstest du?

Wer vor einer Prüfung ausreichend schläft und zwischendurch Pausen macht, merkt

sich Neues deutlich besser. Wiederholen in Abständen (nach einem Tag, einer Woche, einem Monat) schlägt das Lernen in einer Nacht. Das haben Forscher in vielen Studien gezeigt.

Merke: Das Wichtigste auf einen Blick

- Bruchrechnen: Hauptnenner beim Addieren und Subtrahieren, Kehrbruch beim Dividieren.
- Prozent: $W = G \cdot \frac{p}{100}$; Wachstumsfaktor $q = 1 \pm \frac{p}{100}$.
- Dreisatz: erst die Einheit bestimmen, dann prüfen, ob proportional oder antiproportional.
- Gleichungen mit Äquivalenzumformungen lösen und die Probe machen.
- Lineare Funktion $y = mx + b$: Steigung $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, Achsenabschnitt b.
- Flächen und Körper: Rechteck, Dreieck, Kreis, Prisma, Zylinder; Einheiten umrechnen.
- Satz des Pythagoras $a^2 + b^2 = c^2$ für Strecken im rechtwinkligen Dreieck.
- Daten und Zufall: Mittelwert, Median, Baumdiagramm, Pfadregeln.

Achtung

Typische Fehler sind Vorzeichenfehler beim Umformen, vertauschte Grundwerte und Prozentwerte, nicht umgerechnete Einheiten, Radius und Durchmesser verwechselt und fehlende Antwortsätze mit Einheit.

Zum Einstieg: So bereitest du dich vor

Die Prüfung zum Ersten Schulabschluss verbindet Aufgaben aus allen Bereichen: Zahlen und Terme, Prozent und Zinsen, Funktionen, Geometrie sowie Daten und Zufall. Plane deine Vorbereitung über mehrere Wochen. Bearbeite pro Tag eine kleine Auswahl gemischter Aufgaben, statt am Ende alles auf einmal zu wiederholen. Notiere dir Aufgaben, bei denen du unsicher warst, und rechne sie nach einigen Tagen noch einmal. So erkennst du deine Lücken rechtzeitig.

Beispiel 13

Ein Fahrradhändler kauft ein Rad für 320 € ein und schlägt 40 % auf. Später gibt er auf den Verkaufspreis 15 % Rabatt. Wie viel Gewinn macht er?

Der Aufschlag von 40 % bedeutet den Faktor 1,4. Der Verkaufspreis beträgt also $320 \cdot 1{,}4 = 448$ €. Ein Rabatt von 15 % bedeutet den Faktor 0,85, damit kostet das Rad $448 \cdot 0{,}85 = 380{,}80$ €. Der Gewinn ist die Differenz zum Einkaufspreis: $380{,}80 - 320 = 60{,}80$ €. Antwort: Der Händler macht 60,80 € Gewinn. Beachte: 40 % Aufschlag und 15 % Rabatt sind nicht einfach 25 % Aufschlag, denn $1{,}4 \cdot 0{,}85 = 1{,}19$, es sind also nur 19 %.

So gehst du in der Prüfung vor

1. Lies zuerst alle Aufgaben durch und beginne mit denen, die dir leichtfallen.
2. Unterstreiche bei Textaufgaben die gegebenen Größen und die Frage.
3. Fertige bei Geometrieaufgaben immer eine Skizze an.
4. Schreibe jeden Rechenweg auf, auch Zwischenergebnisse bringen Punkte.
5. Prüfe am Ende, ob alle Antwortsätze und Einheiten vorhanden sind.

Häufige Fehler in der Prüfung

Viele Punkte gehen durch kleine Ungenauigkeiten verloren. Achte darauf, Einheiten vor dem Rechnen umzuwandeln, zum Beispiel Zentimeter in Meter oder Minuten in Stunden. Runde erst am Ende und nicht bei jedem Zwischenschritt. Bei Prozentaufgaben musst du genau prüfen, welcher Wert der Grundwert ist. Und bei Wahrscheinlichkeiten ohne Zurücklegen ändern sich die Nenner auf der zweiten Stufe.

Ottos Tipp

Übe mit alten Prüfungsaufgaben deines Bundeslandes und stelle dir dabei eine Stoppuhr. Beginne mit den Themen, die du sicher beherrschst, und arbeite dann die Schwächen ab. Lege dir eine Formelkarte an. Am Tag vor der Prüfung wiederholst du nur noch, du lernst nichts Neues.