Lösungen - Prüfungsvorbereitung ESA

Klasse: Klasse 9

Lösung zu Aufgabe 1

a) Hauptnenner 20: $\frac{15}{20} + \frac{8}{20} = \frac{23}{20} = 1\frac{3}{20}$. Man erweitert beide Brüche auf den Hauptnenner 20 und addiert die Zähler; der unechte Bruch wird als gemischte Zahl geschrieben.
b) Hauptnenner 12: $\frac{10}{12} - \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$. Der Hauptnenner von 6 und 4 ist 12; dann werden die Zähler subtrahiert.
c) $\frac{2 \cdot 9}{3 \cdot 10} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$. Beim Multiplizieren rechnet man Zähler mal Zähler und Nenner mal Nenner; am Ende wird durch 6 gekürzt.
d) $\frac{7}{8} \cdot \frac{4}{1} = \frac{28}{8} = \frac{7}{2} = 3{,}5$. Man multipliziert mit dem Kehrbruch von $\frac{1}{4}$, also mit 4, und kürzt.

Lösung zu Aufgabe 2

a) $\frac{7}{20} = 0{,}35 = 35\,\%$; $0{,}375 = \frac{3}{8} = 37{,}5\,\%$; $120\,\% = 1{,}2 = \frac{6}{5}$; $0{,}04 = 4\,\% = \frac{1}{25}$. Einen Bruch wandelt man in eine Dezimalzahl um, indem man den Zähler durch den Nenner teilt oder auf den Nenner 100 erweitert ($\frac{7}{20} = \frac{35}{100}$). Eine Dezimalzahl wird in Prozent umgerechnet, indem man mit 100 multipliziert. Umgekehrt schreibt man die Dezimalzahl als Bruch mit Nenner 10, 100 oder 1000 und kürzt vollständig, zum Beispiel $0{,}375 = \frac{375}{1000} = \frac{3}{8}$.
b) $\frac{3}{8} = 0{,}375$. Also ist $0{,}4$ größer. Zum Vergleichen schreibt man beide Zahlen als Dezimalzahl. Da 0,375 kleiner als 0,400 ist, ist 0,4 die größere Zahl. Antwort: $0{,}4$ ist größer als $\frac{3}{8}$.

Lösung zu Aufgabe 3

a) $3 + 4 \cdot 6^2 = 3 + 4 \cdot 36 = 3 + 144 = 147$. Zuerst wird die Klammer berechnet, dann die Potenz, dann Punkt vor Strich.
b) $(-3) \cdot (-4) + 4 = 12 + 4 = 16$. Minus mal Minus ergibt Plus; die Division $12 : 3$ wird vor der Addition ausgeführt.
c) $2 \cdot (9 - 4) - 7 = 10 - 7 = 3$. In der Klammer zuerst die Potenz $3^2 = 9$, dann subtrahieren.
d) $-8 + 9 = 1$. Achtung: Bei -2^3 wird nur die 2 potenziert, bei $(-3)^2$ die ganze Zahl -3 .

Lösung zu Aufgabe 4

a) $3x = 21$, $x = 7$. Probe: $21 - 7 = 14$. Man addiert 7 auf beiden Seiten und teilt dann durch 3.
b) $2x + 6 = 5x - 9$, $15 = 3x$, $x = 5$. Probe: links 16, rechts 16. Man multipliziert die Klammer aus, sortiert die x-Terme auf eine Seite und teilt durch 3.

c) $\frac{x}{4} = 5$, $x = 20$. Man subtrahiert 2 und multipliziert mit 4. Probe: $5 + 2 = 7$.
d) $2(x + 1) = 3(x - 1)$, $2x + 2 = 3x - 3$, $x = 5$. Probe: $2 = 2$. Man multipliziert beide Seiten mit dem Hauptnenner 6, damit die Brüche verschwinden.

Lösung zu Aufgabe 5

a) $240 \cdot 0{,}15 = 36$ €. Prozentwert gleich Grundwert mal Prozentsatz als Dezimalzahl.
b) $\frac{18}{75} = 24\,\%$. Prozentsatz gleich Prozentwert durch Grundwert. Antwort: 24 % der Schüler fehlen.
c) $G = \frac{45}{0{,}12} = 375$. Grundwert gleich Prozentwert durch Prozentsatz. Antwort: Der Grundwert ist 375.
d) Erhöhung 12 €; $\frac{12}{80} = 15\,\%$. Die Erhöhung bezieht sich auf den alten Preis als Grundwert.

Lösung zu Aufgabe 6

a) 1 Brötchen: $0{,}35$ €; $12 \cdot 0{,}35 = 4{,}20$ €. Die Größen sind proportional: Man teilt zuerst durch 5 (Preis für ein Brötchen) und multipliziert dann mit 12. Antwort: 12 Brötchen kosten 4,20 €.
b) $6{,}4 \cdot 3{,}5 = 22{,}4$ l; Kosten $22{,}4 \cdot 1{,}85 = 41{,}44$ €. 350 km sind das 3,5-Fache von 100 km. Der Verbrauch wird mit 3,5 multipliziert und anschließend mit dem Literpreis. Antwort: 22,4 Liter Benzin für 41,44 €.
c) Antiproportional: $8 \cdot 6 = 48$ Arbeitstage; $48 : 12 = 4$ Tage. Mehr Arbeiter brauchen weniger Zeit, die Größen sind also antiproportional. Man berechnet zuerst die gesamte Arbeit in Arbeitstagen und teilt sie dann durch die neue Zahl der Arbeiter. Antwort: 12 Arbeiter brauchen 4 Tage.

Lösung zu Aufgabe 7

a) $89 \cdot 0{,}75 = 66{,}75$ €. 25 % weniger bedeutet, dass 75 % des Preises bezahlt werden.
b) $42 \cdot 1{,}19 = 49{,}98$ €. Zum Nettopreis kommen 19 % Mehrwertsteuer dazu, also Faktor 1,19.
c) $\frac{119}{1{,}19} = 100$ €. Rückwärts teilt man den Bruttopreis durch 1,19 und erhält den Nettopreis.
d) $0{,}8 \cdot 0{,}9 = 0{,}72$, also $28\,\%$ Rabatt, nicht $30\,\%$. Zwei Rabatte nacheinander werden multipliziert: 20 % und dann 10 % ergeben zusammen nur 28 %, weil der zweite Rabatt vom bereits reduzierten Preis abgezogen wird.

Lösung zu Aufgabe 8

a) $2500 \cdot 0{,}03 = 75$ €. Zinsen gleich Kapital mal Zinssatz.
b) $2500 \cdot 1{,}03^2 = 2652{,}25$ €. Mit Zinseszins wird zweimal mit 1,03 multipliziert.
c) $\frac{36}{1200} = 3\,\%$. Zinssatz gleich Zinsen durch Kapital.
d) $\frac{54}{0{,}015} = 3600$ €. Kapital gleich Zinsen durch Zinssatz als Dezimalzahl.

Lösung zu Aufgabe 9

a) $y(-2) = -7$, $y(0) = -3$, $y(1) = -1$, $y(4) = 5$. Man setzt jeden x-Wert ein: zum Beispiel $2 \cdot (-2) - 3 = -7$.
b) $m = \frac{11-3}{5-1} = 2$; $3 = 2 \cdot 1 + b$, also $b = 1$. $y = 2x + 1$. Die Steigung ist Höhenunterschied durch Längenunterschied; b erhält man durch Einsetzen eines Punktes.
c) $2 \cdot 10 + 1 = 21$: ja, P liegt darauf. Nullstelle: $2x + 1 = 0$, $x = -0{,}5$. Für die Punktprobe setzt man $x = 10$ ein; für die Nullstelle setzt man $y = 0$.

Lösung zu Aufgabe 10

a) A: 40 min: 13 €; 60 min: 15 €; 100 min: 19 €. B immer 15 €. Man setzt die Minuten in den Term von Tarif A ein.
b) $9 + 0{,}1x = 15$, $0{,}1x = 6$, $x = 60$ Minuten. Man setzt die beiden Kosten gleich und löst nach x auf.
c) Wer weniger als 60 Minuten telefoniert, fährt mit A günstiger, ab 60 Minuten mit B. Bei genau 60 Minuten kosten beide Tarife 15 €.
d) C: $5 + 12 = 17$ €; A: 19 €. C ist 2 € billiger. Man berechnet die Kosten beider Tarife für die angegebene Minutenzahl und vergleicht.

Lösung zu Aufgabe 11

a) $A = 40 + \frac{1}{2}\pi \cdot 2{,}5^2 \approx 40 + 9{,}82 = 49{,}82\,\text{m}^2$. Die Fläche setzt sich aus Rechteck und halbem Kreis zusammen.
b) $U = 8 + 8 + 5 + \pi \cdot 2{,}5 \approx 21 + 7{,}85 = 28{,}85$ m. Der Zaun läuft um drei Seiten des Rechtecks und den Halbkreisbogen πr; die Seite am Halbkreis gehört nicht dazu.
c) $28{,}85 \cdot 12 = 346{,}20$ €. Zaunlänge mal Meterpreis.
d) $\frac{49{,}82}{25} \approx 1{,}99$, also 2 Packungen. Man muss aufrunden, damit die Fläche ganz eingesät werden kann.

Lösung zu Aufgabe 12

a) $V = \pi \cdot 0{,}4^2 \cdot 0{,}9 \approx 0{,}452\,\text{m}^3 \approx 452$ l. Zylindervolumen: Grundfläche mal Höhe; 1 m³ sind 1000 Liter.
b) $50 \cdot 12 = 600$ l. Man multipliziert die Dachfläche mit der Regenmenge pro m².
c) $\frac{600}{452} \approx 1{,}33$: Die Tonne läuft einmal über, es bleiben 148 l. Die Regenmenge ist größer als das Volumen der Tonne.
d) $h = \frac{V}{G} = \frac{0{,}3}{\pi \cdot 0{,}16} \approx 0{,}60$ m. Man stellt die Volumenformel nach der Höhe um.

Lösung zu Aufgabe 13

a) $\frac{260}{15} \approx 17{,}3$ cm. Man teilt die Gesamthöhe in 260 cm durch die Anzahl der Stufen.
b) $\sqrt{2{,}6^2 + 3{,}4^2} = \sqrt{18{,}32} \approx 4{,}28$ m. Höhe und Länge sind die Katheten, die Treppenlänge die Hypotenuse.

c) $a = \frac{340}{14} \approx 24{,}3$ cm; $2 \cdot 17{,}3 + 24{,}3 = 59{,}0$ cm: im erlaubten Bereich. Bei 15 Stufen gibt es 14 Auftritte; man prüft die Schrittmaßregel.
d) $\frac{2{,}6}{3{,}4} \approx 76\,\%$. Die Steigung ist Höhe durch Länge.

Lösung zu Aufgabe 14

a) $2 + 5 + 8 + 6 + 3 + 1 = 25$. Man addiert alle Anzahlen.
b) $\frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 6 + 5 \cdot 3 + 6 \cdot 1}{25} = \frac{81}{25} = 3{,}24$. Jede Note wird mit ihrer Anzahl multipliziert; die Summe wird durch 25 geteilt.
c) Median: 13. Wert der sortierten Liste, das ist eine 3. Modus: 3 (am häufigsten). Spannweite: $6 - 1 = 5$. Bei 25 Werten ist der 13. Wert der Median; der Modus ist die häufigste Note.
d) $6 + 3 + 1 = 10$ Schüler; $\frac{10}{25} = 40\,\%$. Man zählt die Noten 4 bis 6 und teilt durch 25.

Lösung zu Aufgabe 15

a) Unterkunft: $26 \cdot 19 \cdot 4 = 1976$ €; Verpflegung: $26 \cdot 11 \cdot 5 = 1430$ €. Alle 26 Personen übernachten 4 Nächte und werden 5 Tage verpflegt.
b) $780 + 1976 + 1430 = 4186$ €. Man addiert alle Posten.
c) $\frac{4186}{24} \approx 174{,}42$ €. Die Kosten werden nur auf die 24 Schüler verteilt. Antwort: Jeder Schüler zahlt etwa 174,42 €.
d) $4186 \cdot 0{,}85 = 3558{,}10$ €; pro Schüler $\approx 148{,}25$ €. Mit 15 % Zuschuss bleiben 85 % der Kosten.

Lösung zu Aufgabe 16

a) $2 \cdot (5 + 4) \cdot 2{,}5 = 45{,}0\,\mathrm{m}^2$; $45 - 5 = 40\,\mathrm{m}^2$. Die vier Wände bilden zusammen ein Rechteck aus Umfang mal Höhe; Tür und Fenster werden abgezogen.
b) $40\,\mathrm{m}^2 \cdot 2 : 8 = 10$ l, also 2 Eimer: $2 \cdot 24{,}90 = 49{,}80$ €. Bei zwei Anstrichen verdoppelt sich die Fläche; man rundet auf ganze Eimer.
c) Boden $20\,\mathrm{m}^2$; mit Verschnitt $20 \cdot 1{,}08 = 21{,}6\,\mathrm{m}^2$; $\frac{21{,}6}{2{,}2} \approx 9{,}8$, also 10 Pakete: $10 \cdot 32 = 320$ €. Man rechnet 8 % Verschnitt dazu und rundet die Paketanzahl auf.
d) $49{,}80 + 320 = 369{,}80$ €. Antwort: Die Renovierung kostet insgesamt 369,80 €.

Lösung zu Aufgabe 17

a) $s = 18t$; $s(3{,}5) = 63$ km. Jonas fährt ab $t = 0$ mit 18 km/h.
b) $s = 24(t - 0{,}5) = 24t - 12$; $s(3{,}5) = 72$ km. Mia startet eine halbe Stunde später, deshalb steht $t - 0{,}5$ in der Klammer.
c) $18t = 24t - 12$, $t = 2$ h, $s = 36$ km (um $11{,}00$ Uhr). Man setzt die beiden Wege gleich. Antwort: Um 11 Uhr holt Mia Jonas nach 36 km ein.
d) $t = \frac{63}{18} = 3{,}5$ h. Man teilt die Strecke durch Jonas' Geschwindigkeit.

Lösung zu Aufgabe 18

a) $V = 25 \cdot 10 \cdot 1{,}8 = 450\,\mathrm{m}^3$. Quadervolumen: Länge mal Breite mal Tiefe.

b) $\frac{450}{1{,}5} = 300$ min $= 5$ h. Volumen geteilt durch Pumpleistung, dann in Stunden umrechnen.
c) $450 \cdot 3{,}40 = 1530$ €. Antwort: Die Füllung kostet 1530 €.
d) $25 \cdot 10 \cdot 0{,}003 = 0{,}75\,\mathrm{m}^3$; $0{,}75 \cdot 3{,}40 = 2{,}55$ €. 3 mm sind 0,003 m; die verdunstete Wassermenge ist die Beckenfläche mal diese Höhe.

Lösung zu Aufgabe 19

a) $\frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} = \frac{20}{90} = \frac{2}{9} \approx 0{,}222$. Nach einer roten Kugel sind noch 4 rote unter 9 Kugeln.
b) rot-rot $\frac{20}{90}$, blau-blau $\frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{6}{90}$, grün-grün $\frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{2}{90}$; Summe $\frac{28}{90} = \frac{14}{45} \approx 0{,}311$. Gleiche Farbe bedeutet rot-rot, blau-blau oder grün-grün; man addiert die drei Pfade.
c) Gegenereignis: keine blaue Kugel: $\frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{42}{90}$; also $1 - \frac{42}{90} = \frac{48}{90} = \frac{8}{15} \approx 0{,}533$. Mindestens eine blaue Kugel berechnet man über das Gegenereignis „keine blaue Kugel“.
d) $\frac{5}{10} \cdot \frac{5}{10} = 0{,}25$, also $25\,\%$. Mit Zurücklegen bleiben die Wahrscheinlichkeiten auf beiden Stufen gleich.

Lösung zu Aufgabe 20

a) Sohn x, Vater $3x$: $3x + 12 = 2(x + 12)$, $x = 12$. Sohn 12, Vater 36. Probe: in 12 Jahren $48 = 2 \cdot 24$. Man drückt beide Alter durch x aus und stellt die Gleichung für die Zeit in 12 Jahren auf.
b) Breite b: $2(b + b + 5) = 38$, $4b + 10 = 38$, $b = 7$, Länge 12 cm, Fläche $7 \cdot 12 = 84\,\mathrm{cm}^2$. Der Umfang ist zweimal Länge plus Breite.
c) $x + y = 47$, $x - y = 9$: $2x = 56$, $x = 28$, $y = 19$. Man addiert die beiden Gleichungen, damit y wegfällt.
d) $3{,}5 + 2{,}2x = 14{,}5$, $2{,}2x = 11$, $x = 5$ km. Grundpreis plus Preis pro km mal Strecke ergibt den Gesamtpreis. Antwort: Die Fahrt war 5 km lang.