Lösungen zur Klassenarbeit - Potenzen und Potenzgesetze

Klasse: Klasse 9 · Dauer: 45 Minuten · /20

Lösung zu Aufgabe 1 (4 BE/Punkte)

a) Ein negativer Exponent bedeutet den Kehrwert: $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} = 0{,}125$ (1 P.).
b) Fünf Faktoren -2 werden multipliziert; bei einer ungeraden Anzahl negativer Faktoren ist das Produkt negativ: $(-2)^5 = -32$ (1 P.).
c) Zuerst den Bruch umdrehen, dann quadrieren: $(\frac{2}{3})^{-2} = (\frac{3}{2})^2 = \frac{9}{4} = 2{,}25$ (1 P.).
d) Jede Zahl ungleich null hoch null ergibt 1, und $10^{-1} = \frac{1}{10} = 0{,}1$. Zusammen: $7^0 + 10^{-1} = 1 + 0{,}1 = 1{,}1$ (1 P.). Häufiger Fehler bei d): $7^0 = 0$ zu schreiben. Antwort: $0{,}125$; -32; $2{,}25$; $1{,}1$.

Lösung zu Aufgabe 2 (4 BE/Punkte)

a) Alle drei Faktoren haben dieselbe Basis a. Nach dem ersten Potenzgesetz werden die Exponenten addiert: $a^5 \cdot a^{-2} \cdot a^3 = a^{5+(-2)+3} = a^6$ (2 P.: 1 P. Gesetz, 1 P. Ergebnis). Der negative Exponent stört nicht, er wird einfach mit seinem Vorzeichen addiert.
b) Zuerst wird die Klammer potenziert, dabei wird jeder Faktor einzeln quadriert: $(2x^3)^2 = 2^2 \cdot (x^3)^2 = 4x^6$. Beim Potenzieren einer Potenz werden die Exponenten multipliziert. Danach teilt man durch x^4 und subtrahiert die Exponenten: $\frac{4x^6}{x^4} = 4x^{6-4} = 4x^2$ (2 P.). Probe mit $x = 1$: links $\frac{4}{1} = 4$, rechts 4. Antwort: a^6 und $4x^2$.

Lösung zu Aufgabe 3 (3 BE/Punkte)

a) In wissenschaftlicher Schreibweise steht vor der Zehnerpotenz eine Zahl zwischen 1 und 10. Aus $0{,}000042$ wird $4{,}2$, dafür wandert das Komma 5 Stellen nach rechts. Die Zahl ist klein, also ist der Exponent negativ: $4{,}2 \cdot 10^{-5}$ (1 P.).
b) Man ordnet die Faktoren um (Kommutativgesetz) und rechnet getrennt: $3 \cdot 2{,}5 = 7{,}5$ und $10^4 \cdot 10^{-2} = 10^{4+(-2)} = 10^2$ (1 P.). Ergebnis: $7{,}5 \cdot 10^2 = 750$ (1 P.). Überschlag zur Kontrolle: $30\,000 \cdot 0{,}025 = 750$. Antwort: $4{,}2 \cdot 10^{-5}$ bzw. 750.

Lösung zu Aufgabe 4 (5 BE/Punkte)

a) Eine Teilung pro halbe Stunde bedeutet in 3 Stunden $3 \cdot 2 = 6$ Teilungen. Bei jeder Teilung verdoppelt sich die Anzahl, also $N = 500 \cdot 2^6 = 500 \cdot 64 = 32\,000$ Bakterien (2 P.).
b) Gesucht ist n mit $500 \cdot 2^n > 10^6$. Teilen durch 500 liefert $2^n > 2000$. Probieren: $2^{10} = 1024$ ist zu klein, $2^{11} = 2048$ reicht. Also braucht man 11 Teilungen, das sind $11 \cdot 0{,}5 = 5{,}5$ Stunden (2 P.).
c) Eine Stunde zurück sind zwei Halbstunden, also zwei Verdopplungen rückgängig

gemacht: $500 \cdot 2^{-2} = \frac{500}{4} = 125$ (1 P.). Antwort: $32\,000$ Bakterien; nach $5{,}5$ h über eine Million; vorher 125.

Lösung zu Aufgabe 5 (4 BE/Punkte)

a) Zeit ist Weg durch Geschwindigkeit: $t = \frac{4{,}2 \cdot 10^7\ \text{km}}{3 \cdot 10^5\ \text{km/s}}$. Vorfaktoren und Zehnerpotenzen werden getrennt geteilt: $\frac{4{,}2}{3} = 1{,}4$ und $\frac{10^7}{10^5} = 10^2$. So ergibt sich $t = 1{,}4 \cdot 10^2 = 140$ s; geteilt durch 60 sind das etwa $2{,}3$ min (2 P.).

b) Genauso: $t = \frac{4{,}0 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^5} = \frac{4}{3} \cdot 10^3 \approx 1333$ s. Umrechnung: $1333 : 60 \approx 22{,}2$ min (2 P.).

Vergleich: Das Licht vom Mars braucht fast zehnmal so lange wie das von der Venus, weil die Entfernung etwa zehnmal so groß ist. Antwort: etwa $2{,}3$ min bzw. $22{,}2$ min.