Lösungen - Statistik und Daten

Klasse: Klasse 8

Lösung zu Aufgabe 1

a) $\frac{2}{24} \approx 8{,}3\,\%$; $\frac{6}{24} = 25\,\%$; $\frac{8}{24} \approx 33{,}3\,\%$; $\frac{5}{24} \approx 20{,}8\,\%$; $\frac{2}{24} \approx 8{,}3\,\%$; $\frac{1}{24} \approx 4{,}2\,\%$.
b) Modus: Note 3 (am häufigsten, 8 Mal). Median: die $12.$ und $13.$ Note sind beide 3, also Median 3.
c) $\bar{x} = \frac{2 \cdot 1 + 6 \cdot 2 + 8 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 1 \cdot 6}{24} = \frac{74}{24} \approx 3{,}08$.
d) $\frac{5+2+1}{24} = \frac{8}{24} \approx 33{,}3\,\%$.
Die relative Häufigkeit ist die Anzahl geteilt durch die Gesamtzahl 24. Für den Mittelwert wird jede Note mit ihrer Anzahl gewichtet. Antwort: Der Notendurchschnitt liegt bei etwa 3,08, und ein Drittel der Klasse hat eine 4 oder schlechter.

Lösung zu Aufgabe 2

a) Geordnet $4; 5; 5; 7; 9$: $\bar{x} = \frac{30}{5} = 6$; Median 5; Modus 5.
b) $\bar{x} = \frac{85}{6} \approx 14{,}17$; Median $\frac{14+15}{2} = 14{,}5$; Modus 15.
c) $\bar{x} = \frac{25}{5} = 5$; Median 3; Modus 2. Hier liegt der Mittelwert über dem Median.
Für den Median müssen die Daten geordnet sein; bei gerader Anzahl ist er der Mittelwert der beiden mittleren Werte. Der Modus ist der häufigste Wert. Bei c) zieht der große Wert 10 den Mittelwert nach oben.

Lösung zu Aufgabe 3

a) A: $\frac{18}{6} = 3$; B: $\frac{18}{6} = 3$.
b) A: $4 - 2 = 2$; B: $5 - 1 = 4$.
c) Klasse B streut stärker: Es gibt mehr sehr gute und mehr schlechte Noten, obwohl der Durchschnitt gleich ist.
Antwort: Beide Klassen haben den Durchschnitt 3, aber Klasse B hat die doppelte Spannweite. Der Mittelwert allein verrät also nicht, wie unterschiedlich die Leistungen innerhalb einer Klasse sind.

Lösung zu Aufgabe 4

a) Median $\frac{6+8}{2} = 7$. Untere Hälfte $2; 3; 5; 6$: $Q_1 = 4$; obere $8; 9; 11; 14$: $Q_3 = 10$. Quartilsabstand $10 - 4 = 6$.
b) Median 6 (bei ungerader Anzahl ohne den Median in die Hälften). Untere Hälfte $1; 3; 4$: $Q_1 = 3$; obere $7; 9; 10$: $Q_3 = 9$. Abstand $9 - 3 = 6$.
Die Quartile teilen die geordneten Daten in vier gleich große Teile. Q_1 ist der Median der unteren Hälfte, Q_3 der Median der oberen. Der Quartilsabstand gibt die Breite des mittleren Bereichs an, in dem die Hälfte der Daten liegt.

Lösung zu Aufgabe 5

a) Min 3; $Q_1 = \frac{4+6}{2} = 5$; Median $\frac{7+9}{2} = 8$; $Q_3 = \frac{10+12}{2} = 11$; Max 15.
b) Spannweite $15 - 3 = 12$; Quartilsabstand $11 - 5 = 6$.
c) In der Box liegen die mittleren $50\,\%$ der Daten.
d) Der rechte Whisker (von Q_3 bis zum Maximum) ist länger als der linke, und der Median liegt nicht in der Mitte der Box.
Aus der Fünf-Zahlen-Zusammenfassung lässt sich der Boxplot direkt zeichnen. Antwort: Die Box reicht von 5 bis 11, der Median liegt bei 8. In der Box liegt die Hälfte der Daten, in jedem Whisker ein Viertel.

Lösung zu Aufgabe 6

a) Hund $40\,\%$, Katze $30\,\%$, Fisch $20\,\%$, keines $10\,\%$.
b) Pro Prozent $3{,}6^\circ$: 144°, 108°, 72°, 36°.
c) $8 + 6 = 14$ Kinder, $\frac{14}{20} = 70\,\%$.
d) $144 + 108 + 72 + 36 = 360$.
Die relative Häufigkeit ist Anzahl durch 20. Für das Kreisdiagramm entspricht jedes Prozent $3{,}6^\circ$. Antwort: 70 % der Kinder haben ein Säugetier, die Winkel ergeben zusammen 360°.

Lösung zu Aufgabe 7

a) $12; 15; 9; 20; 24$: $\bar{x} = \frac{80}{5} = 16$.
b) Geordnet $9; 12; 15; 20; 24$: Median 15; Spannweite $24 - 9 = 15$.
c) $\frac{24-9}{9} \approx 166{,}7\,\%$.
d) Am Freitag (24 Eis) und am Donnerstag (20) ist am meisten los; dort lohnt sich Verstärkung.
Bei der Steigerung von Mittwoch auf Freitag ist der Mittwoch der Grundwert. Antwort: Im Mittel werden 16 Eis pro Tag verkauft; am Freitag sind es gut zweieinhalbmal so viele wie am Mittwoch, deshalb lohnt sich dort Verstärkung.

Lösung zu Aufgabe 8

a) $\frac{2\cdot 2+2\cdot 3+1}{5} = \frac{11}{5} = 2{,}2$.
b) $\frac{2\cdot 2+2\cdot 4+1+2\cdot 3}{7} = \frac{19}{7} \approx 2{,}71$.
c) $\frac{15+17+13+x}{4} = 16$, also $45 + x = 64$ und $x = 19$ Punkte.
Beim gewichteten Mittel wird jede Note so oft gezählt, wie ihr Gewicht angibt, und durch die Summe der Gewichte geteilt. Antwort: Die Schnitte betragen 2,2 und etwa 2,71; Anna braucht 19 Punkte.

Lösung zu Aufgabe 9

a) Mittelwert $\frac{148}{5} = 29{,}60$; Median 12. Der Median passt besser, der Ausreißer 100 verzerrt den Mittelwert.

b) Mittelwert $\frac{17600}{5} = 3520$; Median 2200. Der Median passt besser zu den meisten Gehältern.
Ein Ausreißer verschiebt den Mittelwert stark, den Median dagegen kaum. Antwort: In beiden Fällen beschreibt der Median die typischen Werte besser als der Mittelwert.

Lösung zu Aufgabe 10

a) $\bar{x} = \frac{1262}{8} = 157{,}75$; Median $\frac{155+158}{2} = 156{,}5$; Modus 155.
b) $171 - 148 = 23$ cm.
c) $Q_1 = \frac{152+155}{2} = 153{,}5$; $Q_3 = \frac{160+163}{2} = 161{,}5$; Abstand 8 cm.
d) Neue Summe 1452, Mittelwert $\frac{1452}{9} = 161{,}33$; Median (fünfter Wert) 158. Der Mittelwert steigt stärker.
Antwort: Ohne das neue Kind liegt der Mittelwert bei 157,75 cm und der Median bei 156,5 cm. Durch das große Kind steigt der Mittelwert um fast 4 cm, der Median nur um 1,5 cm.

Lösung zu Aufgabe 11

a) $\bar{x} = \frac{195}{12} = 16{,}25$; Median $\frac{15+15}{2} = 15$; Modus 15.
b) $Q_1 = \frac{10+10}{2} = 10$; $Q_3 = \frac{20+20}{2} = 20$; Abstand 10 Minuten.
c) 40 Minuten. Ohne ihn: $\frac{155}{11} \approx 14{,}09$ Minuten.
d) Der Median (15 Minuten), denn er wird vom Ausreißer nicht verzerrt.
Antwort: Die typische Wegzeit beträgt 15 Minuten. Der Wert 40 Minuten ist ein möglicher Ausreißer, er hebt den Mittelwert um mehr als 2 Minuten an. Für die Planung eignet sich daher der Median.

Lösung zu Aufgabe 12

a) $\bar{x} = \frac{166}{7} \approx 23{,}7$ °C.
b) Geordnet $19; 21; 23; 24; 25; 26; 28$: Median 24 °C.
c) $28 - 19 = 9$ °C.
d) Beide haben fast denselben Durchschnitt, aber der Nachbarort hat ein viel gleichmäßigeres Wetter (kleine Spannweite).
Antwort: Der Mittelwert beträgt etwa 23,7 °C, der Median 24 °C, die Spannweite 9 °C. Bei gleichem Mittelwert hat der Nachbarort viel gleichmäßigere Temperaturen, was man nur an der Spannweite erkennt.

Lösung zu Aufgabe 13

a) $2; 4; 2; 1; 1$ (Summe 10).
b) $\bar{x} = \frac{15}{10} = 1{,}5$; geordnet $0; 0; 1; 1; 1; 1; 2; 2; 3; 4$: Median $\frac{1+1}{2} = 1$; Modus 1.
c) $\frac{2}{10} = 20\,\%$.
d) $\frac{15+x}{11} = 1{,}6$, also $15 + x = 17{,}6$ und $x = 2{,}6$: mindestens 3 Tore.
Die Häufigkeitstabelle erleichtert das Bestimmen von Modus und Median. Antwort: Im

Mittel fallen 1,5 Tore pro Spiel; für einen Schnitt von mindestens 1,6 braucht das Team im elften Spiel 3 Tore.

Lösung zu Aufgabe 14

a) $54 - 52 = 2$ Prozentpunkte; $\frac{2}{52} \approx 3{,}8\,\%$.
b) Die Säule B ist mehr als doppelt so hoch wie A ($105 : 45 \approx 2{,}3$). Das ist falsch, denn $54 : 52 \approx 1{,}04$.
c) Die y-Achse beginnt nicht bei 0. Dadurch wirkt ein kleiner Unterschied riesig.
d) Die y-Achse bei 0 beginnen lassen: Dann sind die beiden Säulen fast gleich hoch.
Antwort: Der echte Unterschied beträgt nur 2 Prozentpunkte, im Diagramm wirkt Handy B aber mehr als doppelt so gut. Abgeschnittene Achsen sind ein häufiger Trick in der Werbung, deshalb sollte man immer auf die Achsenbeschriftung achten.

Lösung zu Aufgabe 15

a) 8a: $\frac{74}{24} \approx 3{,}08$, Median 3. 8b: $\frac{6+6+12+20+15+18}{24} = \frac{77}{24} \approx 3{,}21$, Median 3.
b) 8a: 1 und 2: $\frac{8}{24} \approx 33{,}3\,\%$; 5 und 6: $\frac{3}{24} = 12{,}5\,\%$. 8b: $\frac{9}{24} = 37{,}5\,\%$ und $\frac{6}{24} = 25\,\%$.
c) 8b streut stärker, denn 1, 2, 5 und 6 sind häufiger vertreten als in 8a.
d) Ja, beide haben den Median 3. Der Median allein verschweigt aber, dass 8b viele sehr gute und viele schlechte Noten hat.
e) 8a: Die meisten Noten liegen bei 3 und 4.
Antwort: Beide Klassen haben den Median 3 und ähnliche Mittelwerte. Klasse 8b hat aber mehr Noten an den Rändern, also eine größere Streuung, während 8a gleichmäßiger ist.

Lösung zu Aufgabe 16

a) Sport $70\,\%$, Mathe $10\,\%$, Kunst $12{,}5\,\%$, Sonstiges $7{,}5\,\%$.
b) Sport 252°, Mathe 36°, Kunst 45°, Sonstiges 27°.
c) $850 \cdot 0{,}7 = 595$ Schüler.
d) Die Befragten sind Mitglieder der Sport-AG und nicht repräsentativ: Sport-Fans wählen natürlich Sport.
e) Zufällig ausgewählte Schüler aus allen Klassen befragen (Zufallsstichprobe), und zwar eine ausreichend große Zahl.
Antwort: In der Sport-AG nennen 70 % Sport als Lieblingsfach. Eine Hochrechnung auf die ganze Schule ist unzulässig, weil die Stichprobe nicht zufällig ausgewählt wurde.

Lösung zu Aufgabe 17

a) A: $\bar{x} = \frac{100}{8} = 12{,}5$, Median 12. B: $\bar{x} = \frac{108}{8} = 13{,}5$, Median $12{,}5$.
b) A: $8;\ 10{,}5;\ 12;\ 14{,}5;\ 18$. B: $4;\ 10;\ 12{,}5;\ 17{,}5;\ 24$.
c) A: Spannweite 10, Quartilsabstand 4. B: Spannweite 20, Quartilsabstand $7{,}5$.
d) A ist konstanter (kleine Spannweite und kleiner Quartilsabstand), B ist riskanter, hat aber den höheren Mittelwert und Spitzenwerte.

e) Für mindestens 10 Punkte: A erreicht das in 7 von 8 Spielen, B in 6 von 8. A ist die sicherere Wahl.
Antwort: Spieler B erzielt im Schnitt mehr Punkte, schwankt aber stärker. Spieler A ist verlässlicher und erreicht die geforderten 10 Punkte häufiger, deshalb ist er für das Endspiel die bessere Wahl.

Lösung zu Aufgabe 18

a) $\frac{2\cdot 2+2\cdot 3+1+2\cdot 2+3}{8} = \frac{18}{8} = 2{,}25$.
b) $\frac{2+3+1+2+3}{5} = \frac{11}{5} = 2{,}2$.
c) $\frac{4+2x+1+4+3}{8} = 2$, also $12 + 2x = 16$ und $x = 2$: Die zweite Arbeit müsste eine 2 sein.
d) $\frac{4+6+1+4+1}{8} = \frac{16}{8} = 2$: die Note $2{,}0$.
Die Summe der Gewichte ist 8. Antwort: Gewichtet ergibt sich 2,25, ungewichtet 2,2. Mit einer 2 in der zweiten Arbeit oder einer 1 im Heft käme die Gesamtnote genau auf 2,0.

Lösung zu Aufgabe 19

a) $\frac{30+x}{5} = 8$, also $x = 10$.
b) Geordnet $3; 5; 9; 10; 13$: Median 9.
c) $x = 8$: Median 8; Mittelwert $\frac{38}{5} = 7{,}6$.
d) Ja: Für $x = 7{,}5$ ist der mittlere Wert $7{,}5$ (Median) und der Mittelwert $\frac{30+7{,}5}{5} = 7{,}5$.
Bei a) rechnet man über die Summe: Fünf Werte mit Mittelwert 8 ergeben 40. Antwort: Für $x = 10$ ist der Mittelwert 8 und der Median 9; für $x = 7{,}5$ stimmen Mittelwert und Median überein.

Lösung zu Aufgabe 20

a) $\bar{x} = \frac{12000+5\cdot 2500}{6} = \frac{24500}{6} \approx 4083$ €; Median $2\,500$ €.
b) Der Median ist ehrlicher, denn kaum jemand verdient *4\,083\,€*.
c) Neu: $\frac{30500}{6} \approx 5083$ €. Der Median bleibt $2\,500$ €.
d) Man nimmt den Median, wenn es Ausreißer oder sehr ungleiche Verteilungen gibt, zum Beispiel bei Gehältern oder Immobilienpreisen.
Antwort: Der Mittelwert von rund 4083 € beschreibt kein einziges tatsächliches Gehalt. Der Median von 2500 € gibt das typische Gehalt ehrlich wieder und bleibt auch bei einer Gehaltserhöhung des Chefs gleich.