Arbeitsblatt - Satz des Pythagoras

Klasse: Klasse 8 · 20

Der Rechenweg muss angegeben werden.

Aufgabe 1

Aufgabe 1 – Die dritte Seite

Berechne die Hypotenuse c mit $c = \sqrt{a^2 + b^2}$. Wenn du die Seiten kennst, kannst du Zahlentripel erkennen.

Katheten	a	b	c
Dreieck 1	3 cm	4 cm	?
Dreieck 2	5 cm	12 cm	?
Dreieck 3	8 cm	15 cm	?
Dreieck 4	6 cm	8 cm	?

a) Ergänze die Tabelle.
b) Was fällt bei den Ergebnissen auf?

Aufgabe 2

Aufgabe 2 – Hypotenuse berechnen

Berechne die Hypotenuse und runde, wenn nötig, auf zwei Nachkommastellen.

a) $a = 7$ cm, $b = 24$ cm
b) $a = 1{,}5$ m, $b = 2$ m
c) $a = 4$ cm, $b = 5$ cm
d) $a = b = 10$ cm

Aufgabe 3

Aufgabe 3 – Kathete berechnen

Berechne die fehlende Kathete mit $a = \sqrt{c^2 - b^2}$. Hier wird subtrahiert.

a) $c = 13$ cm, $b = 5$ cm
b) $c = 10$ cm, $b = 6$ cm
c) $c = 7$ cm, $b = 4$ cm
d) $c = 2{,}5$ m, $a = 1{,}5$ m

Aufgabe 4

Aufgabe 4 – Ist das Dreieck rechtwinklig?

Prüfe mit der Umkehrung des Satzes. Setze die längste Seite als c ein.

a) 6 cm, 8 cm, 10 cm
b) 5 cm, 6 cm, 8 cm
c) 20 cm, 21 cm, 29 cm
d) 7 cm, 9 cm, 12 cm

Aufgabe 5

Aufgabe 5 – Flächen der Quadrate

Über den Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks sind Quadrate gezeichnet. Der Satz des Pythagoras sagt: Die Summe der kleinen Quadratflächen ist gleich der großen.

	Quadrat über a	Quadrat über b	Quadrat über c
Fall 1	$36\,\text{cm}^2$	$64\,\text{cm}^2$	?
Fall 2	$144\,\text{cm}^2$	?	$169\,\text{cm}^2$

a) Ergänze die fehlenden Flächen.
b) Wie lang sind in Fall 1 die drei Seiten?
c) Wie lang sind in Fall 2 die drei Seiten?

Aufgabe 6

Aufgabe 6 – Diagonalen

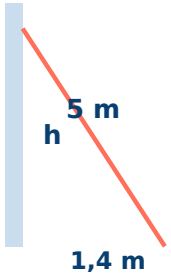
Berechne die Diagonale mit dem Satz des Pythagoras.

a) Rechteck 12 cm $\times$ 5 cm
b) Rechteck 8 cm $\times$ 6 cm
c) Quadrat mit der Seite 7 cm
d) Wie lang ist die Diagonale eines Quadrats mit der Seite a? Gib eine Formel an.

Aufgabe 7

Aufgabe 7 – Die Leiter

Eine 5 m lange Leiter lehnt an einer Hauswand. Der Fuß der Leiter steht $1{,}4$ m von der Wand entfernt.



a) Wie hoch reicht die Leiter an der Wand?

b) Die Leiter wird so gestellt, dass sie 4 m hoch reicht. Wie weit steht sie dann von der Wand?
c) Ein Fenster liegt in $4{,}5$ m Höhe. Wie weit muss der Fuß der 5 m langen Leiter von der Wand entfernt stehen, damit die Leiter genau das Fenster erreicht?
d) Warum darf der Fuß nicht zu nahe an der Wand stehen?

Aufgabe 8

Aufgabe 8 – Der Fernseher

Die Größe eines Fernsehers wird als Bildschirmdiagonale in Zoll angegeben (1 Zoll $= 2{,}54$ cm). Ein Gerät ist 122 cm breit und $68{,}6$ cm hoch.

a) Berechne die Diagonale in cm.
b) Wie groß ist sie in Zoll?
c) Ein Bildschirm hat 32 Zoll Diagonale im Format $16:9$. Berechne grob Breite und Höhe, indem du $16k$ und $9k$ ansetzt und die Gleichung für k löst.
d) Passt ein 55-Zoll-Fernseher (122 cm breit) auf ein 110 cm breites Regal?

Aufgabe 9

Aufgabe 9 – Abstand im Koordinatensystem

Berechne den Abstand zweier Punkte mit $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

a) $A(1|2)$ und $B(7|10)$
b) $P(-2|1)$ und $Q(4|9)$
c) $C(0|0)$ und $D(5|12)$
d) $E(-3|-2)$ und $F(2|4)$

Aufgabe 10

Aufgabe 10 – Das gleichseitige Dreieck

Die Höhe eines gleichseitigen Dreiecks teilt es in zwei rechtwinklige Dreiecke.

a) Berechne Höhe und Fläche bei $a = 6$ cm.
b) Berechne Höhe und Fläche bei $a = 10$ cm.
c) Gib die Formel für die Höhe h in Abhängigkeit von a an und leite sie her.
d) Eine dreieckige Pergola ($a = 3$ m) wird mit Stoff bespannt (14 € pro m^2). Was kostet der Stoff?

Aufgabe 11

Aufgabe 11 – Das Fußballfeld

Ein Fußballplatz ist 105 m lang und 68 m breit.

a) Berechne die Länge der Diagonale.
b) Zwei Spieler laufen vom einen Eckpunkt zum gegenüberliegenden: der eine auf der Diagonale, der andere an Längs- und Querseite entlang. Wie viele Meter spart die

Diagonale?
c) Wie lange braucht ein Spieler mit 6 m/s für die Diagonale?
d) Der Platz wird für den Rasenschnitt in Bahnen von 2 m Breite gemäht. Wie viele Bahnen sind nötig, und wie lang sind sie insgesamt?

Aufgabe 12

Aufgabe 12 – Die Skateboard-Rampe

Für die Skateranlage wird eine gerade Rampe gebaut. Sie überwindet einen Höhenunterschied von $1{,}2$ m auf einer waagerechten Strecke von $3{,}5$ m.

a) Berechne die Länge der Rampenfläche.
b) Berechne die Fläche der Rampe, wenn sie 2 m breit ist.
c) Das Holz kostet *24*\,€ pro m^2. Wie teuer ist die Rampenfläche?
d) Wie groß ist die Steigung in Prozent (Höhe geteilt durch waagerechte Strecke)?

Aufgabe 13

Aufgabe 13 – Das Seil am Mast

Ein Segelboot hat einen 8 m hohen Mast. Zur Stabilisierung wird ein Seil von der Mastspitze zu einem Punkt am Deck gespannt, der 6 m vom Mastfuß entfernt ist.

a) Wie lang muss das Seil mindestens sein?
b) Für die Befestigung am Mast und am Deck kommen je $0{,}25$ m dazu. Wie lang ist das Seil insgesamt?
c) Wie lang ist das Seil, wenn der Befestigungspunkt 4 m vom Mast entfernt ist?
d) Welche Befestigung ist günstiger: nah am Mast oder weit weg? Begründe in einem Satz.

Aufgabe 14

Aufgabe 14 – Der rechte Winkel auf der Baustelle

Handwerker prüfen mit der Schnurmethode, ob ein Fundament rechtwinklig ist. Die Seiten eines Hausfundaments sind 9 m und 12 m lang.

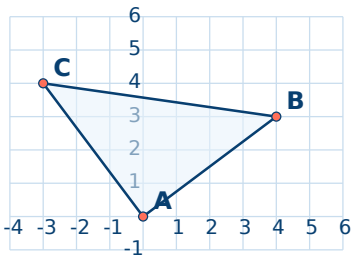
Messung	Länge
Seite 1	9,00 m
Seite 2	12,00 m
Diagonale gemessen	15,02 m
Diagonale soll	?

a) Berechne die Soll-Diagonale.
b) Wie groß ist die Abweichung?
c) Ist das Fundament rechtwinklig genug, wenn 2 cm Toleranz erlaubt sind?
d) Ein anderes Fundament hat die Seiten 6 m und 8 m. Berechne die Diagonale und nenne die 3-4-5-Verwandtschaft.

Aufgabe 15

Aufgabe 15 – Das Dreieck im Koordinatensystem

Die Punkte $A(0|0)$, $B(4|3)$ und $C(-3|4)$ bilden ein Dreieck.



a) Berechne die Seitenlängen AB, AC und BC.
b) Zeige mit der Umkehrung des Satzes, dass das Dreieck bei A rechtwinklig ist.
c) Berechne Umfang und Flächeninhalt.
d) Verschiebe das Dreieck um $\binom{2}{-1}$. Ändern sich die Seitenlängen?

Aufgabe 16

Aufgabe 16 – Die Raumdiagonale

Ein Klassenzimmer ist 9 m lang, 7 m breit und 3 m hoch. Der Hausmeister will eine 12 m lange Stange hineinlegen.

Größe	Maß
Länge	9 m
Breite	7 m
Höhe	3 m

a) Berechne die Diagonale des Bodens.
b) Berechne die Raumdiagonale.
c) Passt die Stange in den Raum?
d) Ein Umzugskarton misst 60 cm $\times$ 40 cm $\times$ 30 cm. Wie lang ist der längste Stab, der hineinpasst?

Aufgabe 17

Aufgabe 17 – Das Dach

Ein Satteldach hat einen Giebel mit einer Breite von 10 m und einer Höhe von $3{,}6$ m. Das Haus ist 12 m lang. Die Dachziegel kosten *12*\,€ pro m^2.

Größe	Maß
Giebelbreite	10 m
Dachhöhe	3,6 m
Hauslänge	12 m

a) Berechne die Länge eines Dachsparrens (Schräge).
b) Berechne die gesamte Dachfläche (zwei Seiten).
c) Berechne die Kosten für die Ziegel.
d) Wie viele Kubikmeter Luft enthält der Dachraum (Prisma)?
e) Wie lang müsste die Schräge bei einer Dachhöhe von 5 m sein? Wie ändert sich die Fläche?

Aufgabe 18

Aufgabe 18 – Die Seilbahn

Eine Seilbahn führt von der Talstation zur Bergstation. Der waagerechte Abstand beträgt 800 m, der Höhenunterschied 300 m.

Größe	Wert
waagerechter Abstand	800 m
Höhenunterschied	300 m
Geschwindigkeit der Gondel	5 m/s

a) Berechne die Länge des Tragseils.
b) Wie lange dauert die Fahrt (in Sekunden und Minuten)?
c) Wie groß ist die Steigung in Prozent?
d) Wegen eines Sturms wird die Geschwindigkeit auf 3 m/s gesenkt. Wie viele Minuten länger dauert die Fahrt?
e) Das Tragseil kostet *48*\,€ pro Meter. Was kostet es?

Aufgabe 19

Aufgabe 19 – Pythagoreische Tripel erzeugen

Aus zwei natürlichen Zahlen $m > n$ kannst du ein Tripel erzeugen: $a = m^2 - n^2$, $b = 2mn$, $c = m^2 + n^2$.

m	n	a	b	c
2	1	?	?	?
3	2	?	?	?
4	3	?	?	?
5	2	?	?	?

a) Ergänze die Tabelle.
b) Prüfe bei jedem Tripel mit der Umkehrung des Satzes.
c) Zeige allgemein: $(m^2 - n^2)^2 + (2mn)^2 = (m^2 + n^2)^2$.
d) Wie viele Tripel findest du mit $m \leq 6$?

Aufgabe 20

Aufgabe 20 – Knobelaufgabe: Das Quadrat im Quadrat

Vier gleiche rechtwinklige Dreiecke mit den Katheten a und b und der Hypotenuse c werden in ein großes Quadrat mit der Seite $a+b$ gelegt. In der Mitte bleibt ein schiefes Quadrat mit der Seite c übrig.

a) Berechne für $a=3$ und $b=4$ die Fläche des großen Quadrats.
b) Berechne die Fläche der vier Dreiecke.
c) Berechne die Fläche des inneren Quadrats und vergleiche mit c^2.
d) Leite aus $(a+b)^2 = c^2 + 4 \cdot \frac{ab}{2}$ den Satz des Pythagoras her.