Arbeitsblatt - Prozent- und Zinseszinsrechnung

Klasse: Klasse 8 · 20

Der Rechenweg muss angegeben werden.

Aufgabe 1

Aufgabe 1 – Drei Größen der Prozentrechnung

Berechne die fehlende Größe mit $W = G \cdot \frac{p}{100}$, $G = \frac{W}{p/100}$ beziehungsweise $p\,\% = \frac{W}{G}$.

Grundwert G	Prozentsatz p	Prozentwert W
240 €	$15\,\%$	?
?	$12\,\%$	18 €
180 kg	?	45 kg
?	$8\,\%$	14 m

a) Ergänze die Tabelle.
b) Mache bei jeder Zeile die Probe.

Aufgabe 2

Aufgabe 2 – Wachstumsfaktoren

Gib den Wachstumsfaktor q an und rechne den Faktor in eine prozentuale Änderung um.

a) Zunahme um $8\,\%$
b) Abnahme um $15\,\%$
c) Zunahme um $2{,}5\,\%$
d) $q = 0{,}6$
e) $q = 1{,}35$

Aufgabe 3

Aufgabe 3 – Neuer Preis und alter Preis

Berechne mit dem Wachstumsfaktor. Zurückrechnen: durch q teilen.

a) *80\,€* plus $19\,\%$ Mehrwertsteuer
b) *120\,€* minus $25\,\%$ Rabatt
c) Bruttopreis *59{,}50\,€* mit $19\,\%$ MwSt: Nettopreis
d) Preis nach $30\,\%$ Rabatt: *63\,€*. Alter Preis?

Aufgabe 4

Aufgabe 4 – Mehrere Änderungen hintereinander

Multipliziere die Faktoren. Gib das Ergebnis als prozentuale Gesamtänderung an.

a) Erst $+20\,\%$, dann $-20\,\%$
b) Erst $-10\,\%$, dann $-20\,\%$
c) Dreimal $+10\,\%$

Aufgabe 5

Aufgabe 5 – Endkapital berechnen

Berechne das Endkapital mit $K_n = K_0 \cdot q^n$ und runde auf Cent.

a) $1{,}000\,€$, $3\,\%$, 2 Jahre
b) $2{,}500\,€$, $2\,\%$, 5 Jahre
c) $800\,€$, $1{,}5\,\%$, 10 Jahre

Aufgabe 6

Aufgabe 6 – Anfangskapital berechnen

Gesucht ist das Anfangskapital $K_0 = \frac{K_n}{q^n}$.

a) Nach 3 Jahren bei $5\,\%$ sind es $2{,}315{,}25\,€$.
b) Nach 4 Jahren bei $3\,\%$ sind es $5{,}000\,€$.

Aufgabe 7

Aufgabe 7 – Zinssatz bestimmen

Bestimme den Zinssatz. Ziehe die n-te Wurzel aus $\frac{K_n}{K_0}$.

a) Aus $1{,}000\,€$ werden in 2 Jahren $1{,}210\,€$.
b) Aus $500\,€$ werden in 2 Jahren $540{,}80\,€$.
c) Aus $2{,}000\,€$ werden in 3 Jahren $2{,}249{,}73\,€$.

Aufgabe 8

Aufgabe 8 – Wie lange dauert es?

Bestimme durch Probieren, nach wie vielen Jahren sich das Kapital mindestens verdoppelt hat.

a) $4\,\%$ Zinsen
b) $6\,\%$ Zinsen
c) Wie viele Jahre dauert es bei $2\,\%$? Vergleiche mit der Regel $\frac{72}{p}$.

Aufgabe 9

Aufgabe 9 – Der Handyvertrag

Ein Handytarif kostet *24\,€* im Monat. Nach einem Jahr steigt der Preis um $7{,}5\,\%$.

a) Berechne den neuen Monatspreis.
b) Berechne die Kosten im ersten und im zweiten Jahr.
c) Wie viel Prozent mehr zahlt man im Jahr?
d) Der Preis steigt im dritten Jahr noch einmal um $7{,}5\,\%$. Wie hoch ist er dann?

Aufgabe 10

Aufgabe 10 – Zwei Rabatte nacheinander

Im Sportgeschäft kostet eine Winterjacke *120\,€*. Im Schlussverkauf gibt es $25\,\%$ Rabatt, an der Kasse mit der Kundenkarte noch einmal $10\,\%$ auf den reduzierten Preis.

a) Berechne den Preis nach dem ersten Rabatt.
b) Berechne den Endpreis.
c) Wie hoch ist der Gesamtrabatt in Prozent?
d) Warum sind es nicht $35\,\%$?

Aufgabe 11

Aufgabe 11 – Der Einkaufskorb

In Deutschland gelten $7\,\%$ Mehrwertsteuer auf Lebensmittel und Bücher, $19\,\%$ auf die meisten anderen Waren.

Ware	Nettopreis	MwSt-Satz	Bruttopreis
Brot	*2{,}80\,€*	$7\,\%$	?
Roman	*14{,}00\,€*	$7\,\%$	?
Heft-Set	*5{,}00\,€*	$19\,\%$	?
Rucksack	*40{,}00\,€*	$19\,\%$	?

a) Ergänze die Bruttopreise.
b) Berechne die gesamte Mehrwertsteuer des Einkaufs.
c) Wie viel Prozent des Nettogesamtpreises sind das?
d) Der Rucksack wird später für *59{,}50\,€* brutto angeboten. Wie viel Euro sind das netto?

Aufgabe 12

Aufgabe 12 – Nele und das Sparbuch

Nele legt *2\,000\,€* für 5 Jahre zu $4\,\%$ pro Jahr an und lässt die Zinsen auf dem Konto.

Jahr	Kapital am Jahresende
1	?

Jahr	Kapital am Jahresende
2	?
3	?
4	?
5	?

a) Ergänze die Tabelle.
b) Wie viel Zinsen sind es insgesamt?
c) Wie viel hätte Nele mit einfacher Verzinsung (Zinsen werden jedes Jahr abgehoben)?
d) Wie viel bringt der Zinseszins zusätzlich?

Aufgabe 13

Aufgabe 13 – Das Auto verliert an Wert

Ein Neuwagen kostet $20\,000\,€$ und verliert jedes Jahr $15\,\%$ seines Wertes.

a) Gib den Faktor an und berechne den Wert nach 3 und nach 5 Jahren.
b) Wann ist das Auto zum ersten Mal weniger als die Hälfte wert?
c) Wie viel Euro hat es nach 5 Jahren insgesamt verloren?
d) Wie viel Prozent des Neupreises sind noch übrig?

Aufgabe 14

Aufgabe 14 – Die Follower

Ein neues Profil hat 200 Follower und wächst jeden Monat um $10\,\%$.

a) Wie viele Follower sind es nach 3 und nach 6 Monaten?
b) Nach wie vielen Monaten sind es zum ersten Mal mehr als 500?
c) Warum wird das Wachstum von Monat zu Monat größer, obwohl es immer $10\,\%$ sind?
d) Vergleiche mit einem linearen Wachstum von 20 Followern pro Monat nach 12 Monaten.

Aufgabe 15

Aufgabe 15 – Zwei Banken im Vergleich

Familie Kaya legt $5\,000\,€$ für 3 Jahre an. Bank A zahlt jedes Jahr $3\,\%$. Bank B zahlt im ersten Jahr $2\,\%$ und in den beiden folgenden Jahren je $3{,}5\,\%$.

Jahr	Bank A	Bank B
0	5000,00	5000,00
1	?	?
2	?	?
3	?	?

a) Ergänze die Tabelle.

b) Welche Bank ist besser, und um wie viel?
c) Wie hoch ist der durchschnittliche Faktor pro Jahr bei Bank B (dritte Wurzel)?
d) Gib den durchschnittlichen Zinssatz von Bank B an und vergleiche mit $3\,\%$.
e) Würdest du sofort Bank A empfehlen? Begründe.

Aufgabe 16

Aufgabe 16 – Der Studienkredit

Leonie nimmt für ihr Studium einen Kredit von $6\,000\,€$ auf. Der Zinssatz beträgt $4\,\%$ pro Jahr. Während der 4 Studienjahre zahlt sie nichts zurück, die Zinsen werden dem Kredit zugeschlagen.

Jahr	Schuld am Ende
1	?
2	?
3	?
4	?

a) Ergänze die Tabelle.
b) Wie hoch sind die Zinsen nach 4 Jahren?
c) Wie hoch wären die Zinsen ohne Zinseszins?
d) Nach wie vielen Jahren würde die Schuld auf $8\,000\,€$ steigen?
e) Leonie will die Schuld nach 4 Jahren in 5 gleichen Jahresraten abtragen (ohne weitere Zinsen). Wie hoch ist die Rate?

Aufgabe 17

Aufgabe 17 – Preise und Inflation

Ein Brötchen kostet heute $0{,}40\,€$. Wir nehmen an, dass die Preise jedes Jahr um $2{,}5\,\%$ steigen (Inflation).

Jahre	0	5	10	20
Brötchenpreis	0,40 €	?	?	?
Wert von 100 €	100 €	?	?	?

a) Berechne den Brötchenpreis nach 5, 10 und 20 Jahren.
b) Was ist die Kaufkraft von $100\,€$ nach 5, 10 und 20 Jahren (gemessen in heutigen Euro)?
c) Nach wie vielen Jahren hat sich der Preis verdoppelt?
d) Warum ist es gefährlich, Geld über viele Jahre ohne Zinsen unter dem Kopfkissen zu lagern?

Aufgabe 18

Aufgabe 18 – Das Medikament im Blut

Ein Patient nimmt 400 mg eines Wirkstoffs ein. Der Körper baut stündlich $20\,\%$ der noch vorhandenen Menge ab.

Stunde	0	1	2	3	4
Wirkstoff (mg)	400	?	?	?	?

a) Gib den Faktor an und ergänze die Tabelle.
b) Wann ist weniger als ein Viertel der Anfangsmenge im Blut?
c) Warum erreicht die Menge nie genau 0?
d) Der Patient nimmt nach 4 Stunden eine zweite Dosis von 400 mg. Wie viel ist dann im Blut?

Aufgabe 19

Aufgabe 19 – Prozentpunkte und Prozent

Die Bank erhöht den Zinssatz auf einem Sparkonto von $2\,\%$ auf $3\,\%$.

a) Um wie viele Prozentpunkte steigt der Zinssatz?
b) Um wie viel Prozent steigt der Zinssatz relativ zum alten Wert?
c) Wie viel mehr Zinsen bringen *10\,000\,€* in einem Jahr?
d) Wie viel mehr bringt der höhere Zinssatz nach 10 Jahren mit Zinseszins?

Aufgabe 20

Aufgabe 20 – Knobelaufgabe: Verdopplung in 10 Jahren

Wie hoch muss der Zinssatz sein, damit sich ein Kapital in genau 10 Jahren verdoppelt?

a) Stelle die Gleichung $q^{10} = 2$ auf und berechne q mit der zehnten Wurzel.
b) Gib den Zinssatz in Prozent an.
c) Prüfe die Regel „$\frac{72}{p}$ Jahre“ für diesen Zinssatz.
d) Prüfe die Regel für $p = 6\,\%$: Nach wie vielen Jahren verdoppelt sich das Kapital laut Regel, und wie genau ist sie?